



Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística

DIAGNÓSTICO EM ANÁLISE DE EXPERIMENTOS

Bruna Borges Nunes

Brasília

2014



Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística

DIAGNÓSTICO EM ANÁLISE DE EXPERIMENTOS

Bruna Borges Nunes

Relatório apresentado à disciplina Estágio Supervisionado II, do curso de graduação em Estatística, Instituto de Ciências Exatas da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos necessários para o grau de Bacharel em Estatística.

Orientador: Professor Dr. Lúcio José Vivaldi

Brasília

2014

“Consultar um estatístico depois que os dados já foram colhidos é como pedir uma autópsia para saber do que o experimento morreu.”

(Ronald Aymler Fisher: 1890 – 1962)

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ter me dado o dom da vida. Nada seria possível sem Ele me acompanhando, me iluminando em todos os momentos e ainda, me ajudando a superar as dificuldades que surgiram no meio do caminho, fazendo-se com que assim, a realização do meu sonho se tornasse possível.

À minha família, o meu maior tesouro, por todo amor, incentivo e apoio incondicional. Agradeço à minha mãe, Vera Lúcia, meu exemplo, minha heroína, por todo o carinho, atenção e dedicação, principalmente nas horas difíceis, sempre me apoiando para nunca desistir dos meus sonhos. Ao meu querido pai, Flávio, por todo o esforço em me proporcionar um estudo de qualidade, além de todo o cuidado, carinho e ensinamentos de vida. Ao meu amado irmão, Guilherme, por todo afeto e incentivo à mim dedicados, sempre me animando nos momentos difíceis no qual passei.

Ao meu amor, Fábio, pessoa maravilhosa que Deus colocou em minha vida, por todo o amor, carinho, compreensão, dedicação, além de sempre me apoiar, me incentivar e me fazer acreditar que sou capaz de vencer todos os obstáculos que ainda surgirão em meu caminho.

À todos os meus familiares e amigos, em especial, aos meus avós, que moram em meu coração, não esquecendo jamais de minha vizinha, Izaura, hoje no céu, por todo amor e incentivo, sempre acreditando em meus sonhos e me ajudando a realizá-los.

Ao querido professor Lúcio José Vivaldi, por todo o conhecimento transmitido, fazendo com que eu me encantasse pela área de experimentos, além de toda dedicação, disponibilidade e empenho em seu trabalho. Foi uma honra ser sua orientanda.

À COCIJU, colegas de trabalho, que se tornaram minha segunda família, me acolhendo, desde o início, com todo amor e carinho, transmitindo não somente conhecimentos profissionais como também, ensinamentos para uma vida toda. Jamais lhes esquecerei.

À todos os professores, por tamanho compromisso em transmitir não somente o conhecimento de forma racional, mas também, contribuir para a minha formação, para o meu caráter e para o desenvolvimento do meu bom senso como estatística. À eles, o meu eterno obrigado.

Resumo

O diagnóstico em análise de experimentos é considerado uma técnica estatística pouco difundida na área experimental. Neste trabalho, o mesmo está intimamente ligado ao princípio da não aditividade dos efeitos dos tratamentos, valendo lembrar que a aditividade corresponde ao efeito de um tratamento i ser o mesmo em toda e qualquer parcela do experimento a ser realizado. Entretanto, caso esse experimento tenha efeitos diferentes, resultar-se-á em não aditividade, fazendo-se com que assim, o pesquisador deva utilizar algumas alternativas a fim de conseguir restaurá-la no experimento em questão.

Sendo assim, para melhor entender o diagnóstico, alguns questionamentos são de grande valia. O primeiro deles se refere ao que pode acontecer de errado em um experimento, sendo que a resposta a essa pergunta corresponde à não casualização. Quanto ao segundo questionamento, o mesmo refere-se ao que pode acontecer para que a validade dos resultados da análise de um experimento casualizado seja comprometida. A resposta para essa pergunta corresponde ao aparecimento de não aditividade no experimento, devendo-se, portanto, utilizar técnicas estatísticas a fim de se conseguir restaurá-la. Já a terceira e última pergunta corresponde ao fato de saber se tudo irá funcionar no experimento que tenha contado com a casualização. Porém, mesmo tendo ocorrido o princípio da casualização e o experimento ter sido planejado da melhor forma possível, não existem garantias de que tudo irá dar certo, podendo ocorrer, dentre outros fatores, não aditividade ou até mesmo, a perda de algumas parcelas.

Contudo, esse trabalho é considerado importante por trabalhar a não aditividade em análise de experimentos, mostrando, para tanto, três testes estatísticos a fim de ajudar o pesquisador a identificá-la, sendo eles o teste de Tukey, o de Mandel e o de Rojas para não aditividade. Posteriormente, serão apresentadas também algumas alternativas para se trabalhar com a mesma, podendo citar como exemplo, o planejamento adequado, a análise de covariância, a análise das ordens e a transformação de variáveis.

Além disso, visando o melhor entendimento do leitor quanto ao diagnóstico nessa área, serão apresentados, como exemplos, vários experimentos, extraídos de livros

e artigos diferentes, com vistas a uma melhor ilustração tanto dos testes estatísticos para não aditividade, conforme acima citado, quanto para as alternativas para se trabalhar com a mesma em experimentos de campo.

Entretanto, cabe ainda ressaltar que, ao contrário da área de modelos mistos e de regressão, o diagnóstico em análise de experimentos tem sido uma prática pouco utilizada pelos pesquisadores devido ao fato de ainda não existirem pacotes estatísticos em softwares como o SAS (2003), por exemplo, que consigam abranger toda a análise necessária nessa área, devendo-se assim, fazer com que os mesmos ganhem uma maior atenção por parte dos pesquisadores a fim de que estes consigam implementar funções referentes ao diagnóstico em análise de experimentos para que assim, alguns problemas como a não aditividade consigam ser sanados.

Palavras – Chaves:

Diagnóstico; Experimentos; Não Aditividade; Análise de Variância; Testes para Não Aditividade; Análise de Covariância; Análise das Ordens; Transformação de Variáveis.

Lista de Quadros

Quadro 1 – Delineamento completamente casualizado com três tratamentos e três repetições para cada tratamento.....	32
Quadro 2 – Delineamento em blocos ao acaso generalizado com quatro tratamentos dispostos em sete blocos, sendo cada tratamento repetido duas vezes em um mesmo bloco.....	41
Quadro 3 – Médias dos sete blocos do delineamento em blocos ao acaso generalizado com quatro tratamentos e duas repetições.....	41
Quadro 4 – Delineamento em blocos ao acaso com três tratamentos dispostos em cinco blocos diferentes.....	50
Quadro 5 – Delineamento em blocos ao acaso com seis tratamentos e quatro repetições.....	57
Quadro 6 – Médias dos oito tratamentos e da testemunha no delineamento em blocos ao acaso generalizado.....	72
Quadro 7 – Médias de X e Y, além da média ajustada dos oito tratamentos e da testemunha no delineamento em blocos ao acaso generalizado.....	75
Quadro 8 – Médias para X e Y dos dois tratamentos e da testemunha no delineamento completamente casualizado.....	77
Quadro 9 – Médias de X, Y e da média ajustada dos dois tratamentos e da testemunha no delineamento completamente casualizado.....	79
Quadro 10 – Delineamento em blocos ao acaso com cinco blocos e três tratamentos para a variável Y e para variável transformada Z.....	82

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Teoria da análise de variância para experimentos completamente casualizados.....	29
Tabela 2 – Análise de Variância para o delineamento completamente casualizado.....	33
Tabela 3 – Análise de Variância sem interação no delineamento em blocos ao acaso generalizado com quatro tratamentos e duas repetições.....	42
Tabela 4 – Análise de Variância com interação no delineamento em blocos ao acaso generalizado com quatro tratamentos e duas repetições.....	43
Tabela 5 – Análise de Variância do teste de Tukey para não aditividade referente ao delineamento de blocos ao acaso.....	47
Tabela 6 – Análise de Variância no delineamento em blocos ao acaso com três tratamentos e cinco repetições.....	51
Tabela 7 – Análise de Variância no delineamento em blocos ao acaso com três tratamentos e cinco repetições resultante da aplicação do Teste de Tukey.....	51
Tabela 8 – Análise de Variância do teste de Mandel para não aditividade.....	53
Tabela 9 – Análise de Variância de Mandel para o teste de Tukey.....	55
Tabela 10 – Análise de Variância de Mandel no delineamento em blocos ao acaso com três tratamentos e cinco repetições.....	55
Tabela 11 – Análise de Variância de Mandel com o teste de Tukey no delineamento em blocos ao acaso com três tratamentos e cinco repetições.....	56
Tabela 12 – Análise de Variância no delineamento em blocos ao acaso com seis tratamentos e quatro repetições.....	57
Tabela 13 – Análise de Variância pelo teste de Tukey no delineamento em blocos ao acaso com seis tratamentos e quatro repetições.....	58
Tabela 14 – Análise de Variância de Mandel no delineamento em blocos ao acaso com seis tratamentos e quatro repetições.....	58
Tabela 15 – Análise de Variância de Mandel com o teste de Tukey no delineamento em blocos ao acaso com seis tratamentos e quatro repetições.....	59

Tabela 16 – Análise de Variância pelo teste de Rojas para não aditividade no delineamento em quadrado latino.....	63
Tabela 17 – Análise de Variância para não aditividade no delineamento em blocos incompletos balanceado, com sete tratamentos e sete blocos.....	65
Tabela 18 – Estrutura da Análise de Variância para o delineamento em blocos.....	67
Tabela 19 – Análise de Variância para o delineamento em blocos ao acaso.....	68
Tabela 20 – Estrutura da Análise de Covariância para o delineamento em blocos ao acaso.....	71
Tabela 21 – Análise de Variância para a covariável X, ou seja, número de cistos antes do experimento, em um delineamento em blocos ao acaso generalizado, com oito tratamentos e uma testemunha.....	73
Tabela 22 – Análise de Variância para a variável Y, ou seja, número de cistos depois do experimento, em um delineamento em blocos ao acaso generalizado, com oito tratamentos e uma testemunha.....	73
Tabela 23 – Análise de Covariância no delineamento em blocos ao acaso generalizado, com oito tratamentos e uma testemunha.....	74
Tabela 24 – Análise de Variância para a variável Y, no delineamento completamente casualizado, com dois tratamentos e uma testemunha.....	77
Tabela 25 – Análise de Variância para a covariável X, no delineamento completamente casualizado, com dois tratamentos e uma testemunha.....	78
Tabela 26 – Análise de Covariância no delineamento completamente casualizado, com dois tratamentos e uma testemunha.....	78
Tabela 27 – Análise de Variância para a variável Y, no delineamento em blocos ao acaso, com cinco blocos e três tratamentos.....	83
Tabela 28 – Análise de Variância para a variável transformada Z, no delineamento em blocos ao acaso, com cinco blocos e três tratamentos.....	83
Tabela 29 – Análise de Variância para a variável transformada Z, no delineamento em blocos ao acaso, com cinco blocos e três tratamentos.....	86
Tabela 30 – Análise de Variância pelo teste de Tukey para a variável transformada Z, no delineamento em blocos ao acaso, com cinco blocos e três tratamentos.....	86

Tabela 31 – Análise de Variância com interação no delineamento em blocos ao acaso generalizado com dez blocos, sete tratamentos e duas repetições.....	87
Tabela 32 – Análise de Variância para a variável transformada Z, via Box e Cox, no delineamento em blocos ao acaso generalizado, com dez blocos, sete tratamentos e duas repetições.....	88
Tabela 33 – Análise de Variância para a variável transformada Z, via logaritmo, no delineamento em blocos ao acaso generalizado, com dez blocos, sete tratamentos e duas repetições.....	89

Sumário

1. Introdução.....	13
2. Objetivos	17
3. Referencial Teórico Sobre Experimentos	18
3.1 Conceitos Fundamentais	18
3.2 Objetivos dos Experimentos	20
3.3 Homogeneidade nas Parcelas.....	21
3.4 Princípios Básicos da Experimentação	22
3.5 Erros de Medição	24
3.6 Descrição dos Delineamentos Básicos	24
3.7 Delineamento Completamente Casualizado	27
3.8 Análise de Variância	28
3.9 Exemplo Prático.....	32
3.10 Variável Quantitativa como Variável Resposta.....	34
4. Diagnóstico.....	35
4.1 Diagnóstico em Análise de Regressão	35
4.2 Diagnóstico em Análise de Experimentos	37
4.3 Exemplo com Dados Problemáticos	40
4.4 Perda de Parcelas	43
4.5 Parcelas Não Homogêneas.....	44
4.6 Não Aditividade	45
5. Testes Para Detectar Não Aditividade	46
5.1 Teste de Tukey para Não Aditividade	46
5.2 Teste de Mandel para Não Aditividade	52
5.3 Teste de Rojas para Não Aditividade.....	60
6. Outros Tópicos Relacionados com Não Aditividade	66

6.1	Planejamento Adequado	66
6.2	Análise de Covariância	68
6.3	Análise das Ordens	80
6.4	Transformação de Variáveis para Não Aditividade.....	84
7.	Conclusão	90
8.	Referências Bibliográficas	92

1. Introdução

A análise de experimentos corresponde a um tópico bastante antigo dentro da área estatística, tendo sido a mesma descrita em muitos textos, desde Fisher (1935) até os dias atuais, podendo-se citar como exemplo, o livro de Hinkelmann e Kempthorne (1994). É de extrema importância na realização de um experimento, o pesquisador se ater aos princípios fundamentais da experimentação, sendo eles, a casualização, a repetição e o controle local. Partindo da verificação desses pressupostos, a análise em questão seguirá a metodologia fornecida pela análise de variância, ou seja, a ANOVA, não gerando, a princípio, muitos problemas para o pesquisador.

Entretanto, mesmo que o experimento tenha sido conduzido da melhor maneira possível, seguindo os princípios anteriormente citados, alguns problemas podem surgir, assim como Bartlett (1936) já admitia em seu importante trabalho “Square root transformation in analysis of variance”. Em sua obra, Bartlett (1936) estudou a transformação dos dados do tipo raiz quadrada para, somente depois, realizar a análise do experimento. Por sua vez, Beall (1942), outro autor renomado, também abordou a transformação dos dados em análise de experimentos a fim de que a mesma viabilizasse a aplicação da análise de variância. Cabe aqui destacar que, o que levou estes e outros autores a estudarem esse assunto foi, principalmente, a ocorrência de não aditividade dos efeitos dos tratamentos durante a realização de experimentos.

Diz-se que o efeito de um tratamento é aditivo quando ele é o mesmo em qualquer parcela do experimento. Caso esse efeito não se verifique para um ou mais tratamentos, os resultados da análise estarão gravemente comprometidos devido ao fato da comunidade científica e tecnológica considerar os experimentos como confirmatórios e não como exploratórios.

Tukey (1949, 1955), entretanto, foi o primeiro estatístico que deu o devido valor à não aditividade em análise de experimentos, ordenando a discussão sobre o tópico e propondo algumas soluções, podendo citar como exemplos um teste estatístico para não aditividade e ainda, a transformação de dados de experimentos para que, dessa forma, os efeitos dos tratamentos se tornassem aditivos para a variável transformada. É de extrema importância ressaltar também que o trabalho realizado por Tukey seja, talvez, o mais citado com relação à não aditividade em experimentos. Contudo, ao longo do

tempo, outros autores também deixaram seus legados nessa área de não aditividade, assim como Mandel (1961) e Rojas (1973), porém, os trabalhos dos mesmos costumam ser menos conhecidos quando comparados ao de Tukey.

No que se refere à Mandel (1961), o mesmo contribuiu na área de experimentação ampliando o teste de Tukey para experimentos em blocos ao acaso, tornando-os, assim, mais precisos. Quanto à Rojas (1973), o mesmo conseguiu estender o teste de Tukey para todos os tipos de delineamentos em blocos e em linhas e colunas, podendo os mesmos serem completos ou incompletos.

Dessa forma, levando-se em consideração que a não aditividade é considerada um problema nas análises estatísticas devido ao fato da mesma levar o pesquisador a tirar conclusões precipitadas e errôneas com relação ao experimento, ou seja, cometer um erro grave na análise, o diagnóstico surgiu como uma forma de auxiliar o pesquisador a verificar se as pressuposições assumidas são, de fato, aproximadas, ou se as mesmas se distanciam dos pressupostos estabelecidos, fazendo-se com que assim, os resultados se tornem não confiáveis para a realização de inferências estatísticas.

Com relação à prática do diagnóstico na ciência estatística, a mesma tem ganhado grande destaque nos estudos de modelos de regressão a partir do artigo de Cook (1977) e do livro de Belsley et al (1980), cabendo ressaltar que, em regressão, o diagnóstico faz parte também dos aplicativos de estatística como o software SAS (2003), por exemplo. Cabe aqui citar que uma outra área na qual a prática do diagnóstico também tem avançado corresponde à de modelos mistos, podendo constatar tal teoria no livro de Demidenko (2004).

É de extrema importância destacar que a raridade de estudos de diagnóstico em delineamentos de experimentos surge do fato de que, além de pouco se encontrar literaturas referentes ao assunto, não existe ainda, nenhum aplicativo de estatística que faça alguma alegação sobre a não aditividade em sua proposta de análise. Além disso, nos modelos mistos e de regressão, a maior parte dos resultados a serem obtidos podem ser mudados, adicionando ou retirando uma ou mais variáveis do estudo em questão, facilitando assim, o estudo do diagnóstico nessas áreas. Ao contrário desses modelos, em delineamentos de experimentos, na maioria dos casos, o modelo é pré-fixado pela teoria da casualização e não admite tal flexibilidade, assim como Kempthorne (1952) descreve em seu importante livro “Design and Analysis of Experiments”. Todavia, o

cuidado no planejamento e na condução de um experimento é o que leva o pesquisador a acreditar que nada ocorrerá de errado em seu experimento.

Levando-se em consideração que a validade dos resultados de uma análise estatística está sempre sujeita à importante suposição de aditividade dos efeitos dos tratamentos, o objetivo principal deste trabalho consiste em esclarecer e indicar alguns caminhos a fim de auxiliar o pesquisador na realização de um diagnóstico correto e eficaz sobre a aditividade ao longo da análise de experimentos.

Portanto, para um melhor desenvolvimento das ideias sobre não aditividade em experimentos, será feita, primeiramente, uma revisão sobre o referencial teórico dos delineamentos, passando pelos princípios fundamentais da experimentação, descrição dos delineamentos básicos e ainda, análise de variância. Cabe destacar que, nessa parte, será abordado também, testes de hipóteses comuns na análise de variância, além do modelo induzido pela casualização, sendo o mesmo importante na discussão do diagnóstico em análise de experimentos.

Na sequência, será realizada uma exposição sobre a temática do diagnóstico em regressão e ainda, as maneiras de como se caracterizar um diagnóstico em análise de experimentos. Sendo assim, esse capítulo será importante por mostrar ao leitor o que, de fato, pode dar errado em um experimento, sendo discutido também, o tema referente à não aditividade dos efeitos dos tratamentos.

No quinto capítulo, considerado o mais importante desse trabalho, será feita uma descrição, em sua totalidade, do teste de Tukey para não aditividade, sendo que o mesmo é bastante conhecido por representá-la, na análise de variância, com apenas um grau de liberdade. Também serão abordados os testes de Mandel (1961) e de Rojas (1973), menos conhecidos, porém de grande valia para a área de experimentação. Haverá ainda, neste capítulo, um sintético desenvolvimento teórico, além de uma prática de análise, através de exemplos de experimentos encontrados na literatura, mostrando como esses testes estatísticos para não aditividade funcionam na prática.

Para finalizar, no sexto e último capítulo de desenvolvimento desse trabalho, será realizada uma abordagem de como a análise de covariância está, de fato, relacionada com a não aditividade em análise de experimentos. Cabe aqui ressaltar que, no que concerne à análise de covariância, é importante esclarecer que, por mais que a mesma seja muito conhecida, pouco se comenta sobre sua relação com a não aditividade

em experimentos. Sendo assim, será tratado ainda, neste capítulo, outros tópicos relacionados à não aditividade, sendo eles, o planejamento adequado de um experimento, a transformação de dados, tópico esse bastante antigo e que até hoje é discutido por pesquisadores da área estatística, além da análise das ordens, técnica muito útil no diagnóstico de não aditividade, sendo a mesma introduzida por Conover e Iman (1976).

Sendo assim, ao longo dessa discussão, serão exibidas análises de experimentos a fim de ilustrar a potencialidade de cada solução, sendo importante destacar que, o software estatístico SAS (2003) foi utilizado para analisar todos os experimentos citados neste trabalho.

2. Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo principal conduzir um diagnóstico em análise de experimentos, de modo com que seja enfatizado no mesmo, a detecção e a solução de possíveis problemas que poderão comprometer os dados e os resultados da análise a ser realizada pelo pesquisador.

Serão apresentados neste trabalho os princípios básicos da experimentação, incluindo conceitos relacionados à homogeneidade das parcelas, erros de medição, descrição dos delineamentos básicos, análise de variância e a distinção entre o modelo normal clássico com erros independentes e o modelo induzido pela casualização.

Entretanto, o enfoque principal será na análise de dados problemáticos em experimentos com vistas aos procedimentos utilizados para se trabalhar com não aditividade dos efeitos dos tratamentos, e ainda, analisar a melhor maneira de se conduzir uma análise quando o experimento contar com parcelas não homogêneas. É importante ressaltar ainda que alguns testes de hipóteses serão aplicados com o intuito de verificar se há ou não a presença de não aditividade dos efeitos dos tratamentos, podendo-se citar como exemplo o teste de Tukey (1949), o de Mandel (1961) e o de Rojas (1973). Quanto às soluções para se trabalhar com não aditividade, serão abordadas, no decorrer deste trabalho, a análise de covariância, a análise das ordens, e ainda, a transformação dos dados originais.

Para finalizar o estudo, será apresentado ainda o planejamento mais adequado quando o experimento em questão englobar dados problemáticos, sendo importante destacar que cada exemplo prático desta monografia compreenderá um banco de dados diferente, sendo que os mesmos, na maior parte dos casos, abrangerão delineamentos também diferentes, podendo-se citar como exemplos, blocos ao acaso, blocos ao acaso generalizado e quadrado latino.

3. Referencial Teórico Sobre Experimentos

3.1 Conceitos Fundamentais

É de suma importância, primeiramente, conhecer os três tipos de métodos de obtenção dos dados, sendo os mesmos a pesquisa amostral, o estudo observacional e o experimento.

O primeiro refere-se à observação dos dados em um sistema já existente, não havendo, portanto, a intervenção do pesquisador. É importante ressaltar que a pesquisa amostral é obtida mediante uma amostragem probabilística. Pode-se citar como exemplo um estudo sobre a satisfação quanto às medidas adotadas pelo governo com relação aos incentivos recebidos por parte de todos os produtores rurais do Mato Grosso do Sul no ano de 2010. Utilizando-se o procedimento de amostragem, serão selecionados parte dos produtores rurais e coletar-se-ão os dados referentes ao estudo em questão, sendo importante destacar que, neste exemplo, não há a intervenção do pesquisador quanto ao comportamento dos produtores.

Quanto ao segundo método de obtenção dos dados, o mesmo se refere ao estudo observacional, cujos dados são coletados na natureza, ao longo de um determinado tempo. Cabe aqui destacar que o estudo observacional é obtido não mais mediante uma amostragem probabilística, mas sim, através de uma amostragem por conveniência devido a fatores como o baixo custo ou até mesmo à impossibilidade de se aplicar uma amostragem probabilística. Pode-se citar como exemplo, a evolução de dois tipos de cerrados ao longo de dez anos a fim de se avaliar a biomassa gerada em ambos os sistemas. É importante ressaltar que neste tipo de estudo também não há a intervenção do pesquisador.

Já o terceiro e último método de obtenção dos dados corresponde ao experimento, consistindo o mesmo em um conjunto de técnicas e estratégias que levam à geração dos dados necessários a fim de se poder estimar parâmetros relevantes e testar hipóteses estatísticas consideradas necessárias a fim de se resolver problemas importantes em determinada área.

O experimento consiste em um sistema construído pelo próprio pesquisador, sendo o mesmo parcialmente controlado, fornecendo assim, informações com fidedignidade suficiente para se obter as conclusões requeridas na pesquisa. Para tanto, é importante, primeiramente, definir quais serão as variáveis resposta que possibilitarão a estimação dos parâmetros, quais as variáveis que influenciarão o sistema e são controláveis pelo pesquisador, e ainda, as que influenciarão o sistema, mas que não são controláveis, originando dessa forma, o erro experimental.

Algumas definições são importantes a fim de se entender o conceito exato de experimento. A primeira delas refere-se ao tratamento, sendo o mesmo um estímulo que é aplicado ao sistema com o intuito de causar mudanças no valor da variável resposta que está sendo medida pelo pesquisador. É importante destacar que, quanto aos tratamentos, existe um chamado testemunha que também é aconselhável ser aplicado ao sistema devido ao fato do mesmo ser constituído pela ausência de tratamento, podendo citar como exemplo o placebo na área de experimentação de produtos farmacêuticos. O experimento está sempre sob controle parcial do pesquisador, mas existem variáveis não controláveis que também influenciarão a resposta a ser obtida.

Outra definição importante refere-se à parcela, sendo a mesma considerada a unidade básica experimental, ou seja, é na parcela que o tratamento será aplicado. Como exemplo, é possível citar um animal, uma pessoa, uma área de terra, um pedaço de fio de cobre, dentre outros.

O controle também é considerado muito importante no planejamento de experimentos, principalmente na área das ciências biológicas, por não existir parcelas iguais na natureza. Por exemplo, dois animais não são iguais, duas árvores da mesma espécie não são iguais, duas folhas de uma mesma planta não são iguais, dentre outros exemplos. O controle é fundamental nesse tipo de delineamentos experimentais, agindo na seleção, como no exemplo dado acima de dois animais, seres de aproximadamente mesma idade, mesmo peso e mesmo sexo. Dessa forma, a variância do experimento será menor, aumentando assim, a precisão do mesmo.

Diante de todas as explicações feitas acima, Silva (2007) transmite o seu parecer quanto à definição de experimentos. Segundo ele, o experimento, também designado experimento controlado, é o método de pesquisa explicativa em que há a intervenção na amostra e imposição dos níveis de uma ou mais características explanatórias às suas

unidades. Os níveis dessa característica, ou seja, os tratamentos, são assinalados às unidades da amostra por processo aleatório.

Finalmente, é de extrema importância também destacar que a área científica e tecnológica consideram os resultados de um experimento como confirmatórios, enquanto que os resultados correspondentes aos estudos observacionais e por amostragem são considerados como exploratórios.

3.2 Objetivos dos Experimentos

Existem dois tipos de experimentos, sendo eles os conduzidos com objetivo de comparar tratamentos, mais conhecidos como experimentos comparativos, assim descritos por Eisenhart (1947) e existem também aqueles que são conduzidos com o objetivo de se estimar parâmetros, podendo citar como exemplo os experimentos elaborados com a finalidade de se estimar uma superfície de resposta, como os desenvolvidos por Box e Wilson (1951). Entretanto, este trabalho está relacionado apenas aos experimentos comparativos.

Dentre os objetivos desse tipo de experimentos estão a comparação entre tratamentos ou entre grupos de tratamentos. Costuma-se realizar também a comparação de cada tratamento com a testemunha a fim de verificar se a presença de um tratamento está ou não afetando o valor da variável resposta. Quanto à comparação entre grupos de tratamentos, faz-se o uso desse procedimento a fim de identificar qual o melhor e qual o pior tratamento. Dentre os testes de comparações múltiplas mais utilizados, sendo os mesmos baseados em diferenças mínimas significativas, pode-se citar o teste de Dunnett, sendo o mesmo muito eficaz na comparação de todos os tratamentos com a testemunha, devido ao fato do mesmo controlar o Erro Tipo 1 para todos os tratamentos; o teste de Ryan-Einot-Gabriel-Welsch, presente no SAS (2003), por conseguir controlar o Erro Tipo 1 nos testes gerais; e também o teste de Tukey, utilizado para verificar qual a melhor e a pior média entre os tratamentos, não importando o número de médias que se tem no experimento. O teste de Tukey é considerado eficaz por controlar o Erro Tipo 1, mas possui a desvantagem de possuir o Erro Tipo 2 elevado. É importante destacar ainda que o Erro Tipo 1 corresponde à probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando

a mesma é verdadeira. Já o Erro Tipo 2 corresponde à probabilidade de aceitar a hipótese nula quando a mesma é falsa.

Considerando um caso típico em experimentos, sejam μ_1 e μ_2 as médias dos tratamentos 1 e 2 respectivamente. Um teste de hipóteses para esta situação pode ser colocado da seguinte forma:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad (3.1)$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

E assim,

$$P(\mu_1 - \mu_2 \neq 0 | H_0 \text{ é verdadeira}) = \alpha \text{ (Erro Tipo 1)} \quad (3.2)$$

$$P(\mu_1 - \mu_2 = 0 | H_0 \text{ é falsa}) = \beta \text{ (Erro Tipo 2)}$$

É importante destacar que o nível de significância do teste acima é dado por α e o poder do teste é dado por $(1 - \beta)$.

3.3 Homogeneidade nas Parcelas

Um conjunto de parcelas é considerado homogêneo quando a diferença entre as mesmas é devido apenas a variáveis não controláveis. Estas variáveis dividem-se em dois grupos. O primeiro refere-se às covariáveis, podendo as mesmas serem observadas e utilizadas na análise do experimento. Já o segundo grupo, refere-se ao erro experimental devido ao fato desse tipo de variável não poder ser observada. O erro experimental, por definição, é originado pela diferença entre as parcelas de um experimento e independe dos tratamentos.

Se todas as parcelas forem iguais ou muito semelhantes dentro de um experimento, o erro experimental seria muito pequeno e não existiria. Como exemplo, se cada parcela de um experimento fosse um fio de cobre com 30 cm de comprimento, as diferenças entre elas seriam próximas de zero.

Sendo assim, pode-se afirmar que o erro experimental é o ponto central em experimentos por corresponder à diferença entre as parcelas, cabendo aqui ressaltar que o conjunto de diferenças entre todas as parcelas do experimento é que vai constituir o erro experimental em questão.

3.4 Princípios Básicos da Experimentação

Em 1920, em uma tarde de verão em Cambridge, Inglaterra, um grupo de professores foi convidado, junto com suas esposas, a tomarem um chá da tarde. Porém, dentre as mulheres que estavam no local, uma delas insistia em afirmar que o chá servido antes do leite possuía gosto diferente de quando o mesmo era servido após o leite. A única pessoa que se interessou pelo problema, a fim de verificar a proposição da senhora, foi Ronald Aymler Fisher, mais conhecido como Ronald Fisher, mente brilhante que se dedicou à ciência Estatística durante grande parte de sua vida, contribuindo muito para o aperfeiçoamento da mesma. Cabe destacar que, com relação à história acima citada, de acordo com Memória (2004), um contemporâneo de Fisher na Inglaterra, Fisher nunca confirmou nem negou se este episódio, de fato, aconteceu.

Segundo Fisher (1935), um delineamento experimental deve obedecer aos princípios fundamentais da experimentação, sendo eles a casualização, a repetição e o controle local.

O princípio da repetição já existe há muito tempo e está intimamente ligado ao erro. A repetição refere-se ao número de vezes que determinado tratamento será repetido dentro do experimento, originando dessa forma, o número total de parcelas. Por exemplo, um experimento com soja que contará com seis tratamentos e quatro repetições para cada tratamento, obterá um total de vinte e quatro parcelas a serem analisadas no sistema. É importante ressaltar que a função da repetição é estimar o erro experimental e aumentar a precisão das estimativas das médias dos tratamentos. Porém, o modo com que esse erro experimental será estimado dependerá unicamente do tipo de delineamento a ser adotado. Cabe ainda destacar que em qualquer experimento, é indicado que se tenha, no mínimo, duas repetições para cada tratamento.

Após definir quais tratamentos serão utilizados e quais serão as parcelas que farão parte do sistema criado pelo pesquisador, é preciso decidir como esses tratamentos serão alocados às mesmas. Até meados de 1920 essa decisão era única e exclusivamente pessoal. Entretanto, Fisher criou o princípio da casualização, consistindo em uma disposição aleatória dos tratamentos às parcelas do experimento. Dessa forma, todas as parcelas possuem a mesma probabilidade de receberem determinado tratamento. Exemplos de casualização são sorteios através de urnas e programas computacionais denominados de softwares.

É importante ressaltar que a casualização é utilizada em experimentos devido ao fato das parcelas não serem iguais, e sim homogêneas. Se as mesmas fossem iguais, não seria necessário realizar o procedimento de casualização (Hinkelmann e Kempthorne (1994)).

A casualização tem sido comentada em quase todos os textos sobre delineamentos de experimentos. Segundo Resende (2007), a casualização possui como grande benefício, validar e dar confiabilidade às estimativas do erro experimental e das médias dos tratamentos. Quanto à Cox (1958), em seu importante livro, o mesmo afirmou o seguinte com relação às funções da casualização:

- 1) Permite estimar o erro experimental de forma não viesada;
- 2) Permite comparar dois tratamentos de forma não viesada;
- 3) Permite aplicar testes de hipóteses.

É importante destacar que Fisher não entrou em grandes detalhes acerca das funções da casualização, entretanto, desenvolveu o básico sobre o assunto em seu livro “The Design of Experiments” de 1935. Outros autores, dentre eles Kempthorne (1952), desenvolveram teorias sobre a casualização e suas consequências na análise de experimentos. Entretanto, o ponto relevante da casualização refere-se ao fato de que é a mesma quem definirá qual o modelo estatístico que será utilizado no experimento em questão.

Quanto ao terceiro e último princípio fundamental da experimentação, o mesmo se refere ao controle local, estando o mesmo bastante ligado à homogeneidade das parcelas. Seu principal objetivo é controlar a heterogeneidade do experimento e

restringir a casualização, reduzindo dessa forma, o erro experimental e os vieses nas comparações entre os tratamentos. Pode-se citar como exemplos de controle local, delineamentos como blocos ao acaso e quadrados latinos.

3.5 Erros de Medição

Em experimentos, além do erro experimental, existem ainda, pelo menos, outros três tipos de erros que devem ser levados em consideração, sendo eles, o erro de mensuração, o erro de aplicação e o erro de parcela.

O erro de mensuração está inteiramente ligado à variável resposta, correspondendo o mesmo ao instrumento ou meio utilizado a fim de quantificar essa variável. Como exemplo, pode-se citar balanças desreguladas em laboratórios que irão apresentar resultados de maneira errônea no momento da mensuração.

O segundo tipo de erro refere-se ao erro de aplicação, na qual a forma incorreta de aplicação dos tratamentos às parcelas ou até mesmo, tratamentos alocados em quantidades erradas possibilitarão o aparecimento do erro de aplicação no experimento.

Já o terceiro e não menos importante tipo de erro que também merece destaque refere-se ao erro de parcela, constituindo o mesmo na modificação da parcela ao longo de um determinado tempo. Pode-se citar como exemplo, um dano físico não registrado em uma parcela de milho ou um animal ficar doente ao longo de um experimento.

É importante ressaltar ainda que não existem técnicas estatísticas com o objetivo de tratar os três tipos de erros citados anteriormente. O que se recomenda fazer é evitá-los a fim de que os mesmos não aumentem o erro experimental e nem possibilitem comparações viesadas entre os tratamentos do experimento.

3.6 Descrição dos Delineamentos Básicos

O delineamento completamente casualizado é considerado na ciência estatística, dentro da área de experimentos, um dos delineamentos mais simples devido ao fato dos

tratamentos serem alocados às parcelas de forma completamente casual, ou seja, através de sorteios.

O número de possíveis casualizações em um experimento é dado pela seguinte fórmula. Entretanto, é importante destacar que do total de possíveis casualizações, somente uma será utilizada no experimento.

$$s = \frac{n!}{(r!)^v} \quad (3.3)$$

Neste caso, considera-se:

- s sendo o número total de possíveis casualizações;
- n sendo o número de parcelas do experimento;
- v sendo o número de tratamentos do experimento;
- r sendo o número de repetições de cada tratamento;

Sendo assim, o modelo estatístico do experimento é dado através da seguinte equação:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + \varepsilon_{ij} \quad (3.4)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y na repetição j do tratamento i ;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i ;
- ε_{ij} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 .

O delineamento em blocos ao acaso de Fisher refere-se a um conjunto de parcelas homogêneas agrupadas em um mesmo bloco, nas quais os tratamentos serão casualizados entre si. Cabe destacar que a função da blocagem em um experimento corresponde ao fato de a mesma diminuir o erro experimental e eliminar os possíveis vieses nas comparações entre os tratamentos. É importante ressaltar também que, nesse delineamento, cada tratamento aparecerá apenas uma vez em cada bloco.

Sendo assim, o delineamento em blocos ao acaso é descrito da seguinte maneira:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.5)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y na parcela do bloco j que recebeu o tratamento i;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i;
- b_j sendo o efeito do bloco j;
- ε_{ij} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 ;

Quanto aos delineamentos em quadrados latinos, os mesmos se referem a tratamentos agrupados em linhas e colunas, sendo que dessa forma, deverão constar em cada linha todos os tratamentos e em cada coluna também. Dessa maneira, é possível afirmar que o delineamento em quadrado latino é o mesmo que blocos ao acaso, porém, em duas dimensões. É importante destacar ainda que, nesse tipo de delineamento, haverá casualização nos dois sentidos, horizontal e vertical.

Sendo assim, o delineamento em quadrados latinos é descrito da seguinte maneira:

$$Y_{ijk} = \mu + L_i + C_j + t_k + \varepsilon_{ijk} \quad (3.6)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ijk} sendo o valor da variável resposta Y, sendo que i, j, k, denotam, respectivamente, linhas, colunas e tratamentos;
- μ sendo a média geral;
- L_i sendo o efeito da linha i;
- C_j sendo o efeito da coluna j;
- t_k sendo o efeito do tratamento k;
- ε_{ijk} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 .

Segundo Resende (2007), o delineamento em quadrado latino propicia melhor controle local, visto que permite controlar a heterogeneidade ambiental em duas direções, no sentido das linhas e das colunas.

3.7 Delineamento Completamente Casualizado

As funções da casualização foram citadas anteriormente, entretanto, embora Fisher tenha desenvolvido o básico sobre o assunto, o estudo mais aprofundado de como a casualização ocorre é concentrado somente por alguns autores, dentre eles, Kempthorne (1952). Para ilustrar este aspecto, será analisado o delineamento completamente casualizado.

O delineamento completamente casualizado, denominado também de inteiramente casualizado, foi estudado em sua totalidade por Kempthorne (1952) e Hinkelmann e Kempthorne (1994), sendo Kempthorne um grande defensor da casualização, criando conceitos decisivos quanto ao uso dos delineamentos de experimentos. Cabe aqui destacar que esse tipo de delineamento pode ser utilizado quando se tem no experimento um conjunto homogêneo de parcelas. Entretanto, são as condições experimentais e os objetivos que se pretende atingir que vão guiar o pesquisador na escolha do delineamento a ser adotado.

É de grande valia ressaltar ainda que esse tipo de delineamento é caracterizado por possuir $n = rv$ parcelas homogêneas, sendo que r corresponde ao número de repetições para cada tratamento, e v , ao número de tratamentos que compõem o experimento. O número de repetições pode ser diferente para cada tratamento, podendo-se afirmar, portanto, que nesses casos, o experimento em questão é dito ser não balanceado.

Levando-se em consideração que o delineamento inteiramente casualizado possui como modelo a equação descrita logo abaixo, e que ainda, μ e t_i são os parâmetros do modelo com $i = 1, 2, 3, \dots, v$ e $j = 1, 2, 3, \dots, r$, tem-se:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + \varepsilon_{ij} \quad (3.7)$$

na qual ε_{ij} corresponde ao erro experimental, ou seja, uma variável aleatória com média zero e variância σ^2 . Além disso, os erros são independentes e possuem distribuição normal.

A análise clássica de um experimento completamente casualizado é feita pelo método dos quadrados mínimos, que consiste em obter os valores de μ e t_i que minimizam a soma de quadrados dos erros. Isto é,

$$Z(\mu, t_i) = \sum \varepsilon_{ij}^2 = \sum (Y_{ij} - \mu - t_i)^2 = \text{Min} \quad (3.8)$$

Derivando com relação aos parâmetros, tem-se:

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} = 0 \text{ e } \frac{\partial Z}{\partial t_i} = 0, \text{ com } i = 1, 2, 3, \dots, v \quad (3.9)$$

Dessa forma, obtêm-se então as equações normais, sendo as mesmas responsáveis por darem origem à análise de variância do experimento proposta por Fisher.

O modelo utilizado na análise de variância pelos aplicativos de estatística como o SAS (2003), por exemplo, é o chamado modelo com erros independentes e distribuição normal. Entretanto, na maioria dos delineamentos, existem dois modelos, sendo eles, o modelo normal com erros independentes e o modelo induzido pela casualização, que é o modelo gerado pela casualização.

3.8 Análise de Variância

A análise de variância, também conhecida como ANOVA, foi introduzida por Fisher, em meados de 1920, e corresponde a uma das técnicas mais valiosas de se realizar a análise de um experimento.

Levando-se em consideração que a variável resposta Y varia de parcela para parcela, sendo este fenômeno denominado de variabilidade total, a análise de variância tem como principal objetivo verificar as causas dessa variabilidade. Algumas dessas causas são devidas ao tipo de delineamento que foi adotado, aos tratamentos que foram utilizados no experimento, e ainda, ao erro experimental.

O termo delineamento em planejamento de experimentos é muito utilizado e merece bastante atenção. O mesmo representa uma estratégia amostral, sendo, portanto, definido pela estrutura de parcelas e pela casualização do experimento. A estrutura de parcelas refere-se à existência de controle local, podendo citar como exemplo, o delineamento em blocos ao acaso e quadrados latinos.

Quanto aos tratamentos e ao erro experimental, os mesmos já foram descritos anteriormente, e correspondem, respectivamente, à estímulos aplicados ao sistema de

acordo com o princípio da casualização e à diferença entre as parcelas de um experimento.

A análise de variância compreende a variabilidade total, denominada também de fonte de variação, e ainda, aos graus de liberdade, à soma de quadrados em torno da média, aos quadrados médios e ao teste F. A representação tabular da análise de variância para um experimento completamente casualizado é da seguinte maneira:

Tabela 1 – Teoria da análise de variância para experimentos completamente casualizados

F. V.	G. L.	SQ	QM	Teste F
Tratamentos	$(v - 1)$	SQTRAT	$\frac{QMTRAT}{(V - 1)}$	$\frac{QMTRAT}{QMERRO}$
Erro	$(n - v)$	SQERRO	$\frac{QMERRO}{(N - V)}$	
Total	$(n - 1)$	SQTOTAL		

A soma de quadrados acima citada pode ser decomposta na equação abaixo, cabendo destacar que v corresponde ao número de tratamentos do experimento e n , ao número de parcelas.

$$SQTOTAL = SQTRAT + SQERRO \quad (3.10)$$

Neste caso, deve-se considerar:

$$SQTOTAL = \sum_{ij} (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$SQTRAT = \sum_i r (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$SQERRO = \sum_{ij} (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2$$

O termo grau de liberdade, exposto na análise de variância, foi introduzido por Fisher e refere-se a uma constante que caracteriza a distribuição das somas de quadrados, embora haja outras interpretações também importantes. Cabe destacar que o aumento do grau de liberdade do erro é desejável em experimentos devido a duas razões:

- 1) Quanto maior o grau de liberdade do erro, maior será a sensibilidade do teste F na análise de variância, ou seja, diferenças mínimas entre os tratamentos passam a ser significativas. Em outras palavras, aumenta-se o poder do teste em questão.
- 2) Quanto maior for o grau de liberdade do erro, melhor será a estimativa relacionada ao erro experimental.

Com relação à soma de quadrados, a mesma é caracterizada como uma medida de variação entre os tratamentos ou entre as parcelas, dependendo de sua finalidade. Sendo assim, quanto maior for a diferença entre o quadrado médio dos tratamentos e o quadrado médio do erro, maior será a diferença entre os tratamentos. Já no que tange ao quadrado médio, o mesmo representa uma estatística que possibilitará a estimação do valor do teste F a fim de se testar determinadas hipóteses estatísticas. É importante destacar que o quadrado médio do erro (QMERRO) corresponde a uma estimativa do erro experimental, ou seja, σ^2 .

O teste F de Fisher acima citado analisa as seguintes hipóteses estatísticas:

H_0 : Não há diferença significativa entre os tratamentos, sendo $T_1 = T_j = \dots = T_k = 0$

H_1 : Há diferença em pelo menos um dos tratamentos, sendo $T_i \neq T_k$, para $i \neq k$

Quanto mais o valor do teste F se distanciar do valor 1, maiores serão as evidências de se rejeitar a hipótese nula. Entretanto, para tomar a decisão de se rejeitar esta hipótese, é preciso também analisar o seu p-valor. Se este for menor que o nível de significância, rejeita-se a hipótese nula de que todos os tratamentos são iguais. A partir da rejeição, será preciso realizar um estudo mais aprofundado baseado em contrastes entre dois tratamentos e em comparações múltiplas a fim de se verificar qual o melhor e o pior tratamento, e também, quais tratamentos que se diferem dos demais.

Algumas propriedades merecem atenção quanto à análise de variância:

- 1) $E(QMERRO) = \sigma^2$
- 2) $E(QMTRAT) = \sigma^2 + \frac{r}{(v-1)} \sum_i t_i^2$
- 3) $\frac{SQERRO}{\sigma^2} \sim \chi^2$ com $(rv - v)$ graus de liberdade.
- 4) Sob H_0 , $\frac{SQTRAT}{\sigma^2} \sim \chi^2$ com $(v - 1)$ graus de liberdade.
- 5) SQTRAT é independente da SQERRO.
- 6) Sob H_0 , a estatística $F = (QMTRAT)/(QMERRO)$ possui distribuição F com $(v - 1)$ e $(rv - v)$ graus de liberdade.

É importante ressaltar que, na maioria dos delineamentos, existem dois tipos de modelos, sendo eles, o modelo normal clássico com erros independentes e também, o modelo induzido pela casualização. O primeiro modelo possui, como característica principal, uma distribuição normal com erros independentes, ao contrário do segundo, gerado pela casualização, na qual o mesmo corresponde a um modelo com distribuição não conhecida, tendo como principal característica, erros dependentes. Sendo assim, é válido lembrar que os resultados da análise de um experimento utilizando o primeiro modelo, normal clássico com erros independentes, é considerado, na prática, como uma boa aproximação dos resultados obtidos através do modelo correto, ou seja, o induzido pela casualização, como mostra Hinkelmann e Kempthorne (1994) em seu importante livro “Design and Analysis of Experiments”.

Sendo assim, com relação aos modelos citados anteriormente, normal com erros independentes e o induzido pela casualização, os mesmos possuem três resultados iguais na análise de variância que merecem destaque. São eles:

- 1) O quadrado médio do erro é representado pela estimativa de σ^2 ;
- 2) Os contrastes entre tratamentos, ou seja, um tratamento versus o outro, possuem mesmo estimador e mesma variância;
- 3) Sob hipótese nula de que não existem diferenças significativas entre os tratamentos, o quadrado médio dos tratamentos (QMTRAT) possibilita a estimação de σ^2 .

Todavia, é de extrema importância ressaltar que o modelo utilizado na análise de variância pelos aplicativos de estatística, como o SAS (2003), por exemplo, corresponde ao chamado modelo com erros independentes e distribuição normal. Entretanto, no que se refere à análise de variância, é válido destacar que a mesma requer muito trabalho quando se tem como base o modelo gerado pela casualização, ao contrário da análise obtida através do modelo normal clássico. Sendo assim, devido a todas as explicações feitas aqui, será utilizado como modelo de referência neste trabalho o modelo normal clássico com erros independentes.

3.9 Exemplo Prático

Um exemplo que ilustra o exposto acima se refere a um experimento extraído da apostila de Planejamento e Pesquisa 1, cujo tema denomina-se “Experimento” do professor Lúcio José Vivaldi. O experimento em questão tem como objetivo a comparação entre três estirpes de *Rhizobium* (bactérias fixadoras de nitrogênio em leguminosas) em soja, conduzido em casa de vegetação e completamente casualizado.

Levando-se em consideração que o experimento contou com três tratamentos e três repetições para cada tratamento, foi possível notar um total de nove parcelas a serem analisadas. A tabela abaixo representa as parcelas, os tratamentos e as observações obtidas.

Quadro 1 – Delineamento completamente casualizado com três tratamentos e três repetições para cada tratamento

Parcela	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tratamento	A	A	A	B	B	B	C	C	C
Y	99	86	104	98	110	110	133	126	127

A análise de variância, obtida através do modelo normal clássico com erros independentes fornece os seguintes resultados para o delineamento completamente casualizado em questão:

Tabela 2 – Análise de Variância para o delineamento completamente casualizado

F.V.	G.L.	SQ	QM	F
Tratamentos	2	1.652,66	826,33	16,67
Erro	6	297,33	49,55	
Total	8	1.950,00		

Testando-se a hipótese nula de que o efeito dos tratamentos são iguais, alguns resultados são importantes e devem ser destacados. O primeiro deles se refere à estimativa de σ^2 , sendo a mesma denominada de erro experimental, correspondendo a 49,55. O segundo resultado equivale ao teste F, pelo modelo normal clássico, sendo o mesmo correspondente ao valor 16,67, rejeitando-se assim, a hipótese nula de que os tratamentos são iguais.

Pela tabela F, observa-se que a $\text{Prob}(F \geq 16,67) = 0,0035 = 0,35\%$. Cabe aqui ressaltar que no modelo normal clássico a distribuição da estatística é conhecida e as propriedades da análise de variância também são, como citado anteriormente. Entretanto, o mesmo não ocorre com relação ao modelo induzido pela casualização, sendo sua distribuição desconhecida. Sendo assim, o grande problema se resume em calcular a probabilidade de $(F \geq 16,67)$ no modelo induzido pela casualização.

Não entrando em detalhes, a probabilidade de F no modelo induzido corresponde a $\text{Prob}(F \geq 16,67) = 0,0071 = 0,71\%$. Comparando-se os dois valores do teste F, nota-se, claramente, que ambos foram significativos, ou seja, menores que o nível de significância de 5%. Desta forma, tanto pelo modelo normal clássico com erros independentes quanto pelo modelo induzido pela casualização, rejeita-se a hipótese nula de que os efeitos dos tratamentos são iguais, ou seja, há diferenças significativas entre os três estirpes de *Rhizobium* em soja.

É importante destacar ainda que o teste F pelo modelo induzido corresponde a um teste exato, não se baseando nem na normalidade e nem na independência dos erros.

3.10 Variável Quantitativa como Variável Resposta

Existem dois tipos de variáveis resposta, podendo as mesmas serem classificadas como qualitativas ou quantitativas. A primeira se refere a uma resposta englobando qualidades ou atributos, podendo citar como exemplo o sexo, o grau de instrução, o estado civil, dentre outros. Já o segundo tipo de variável, quantitativas, recebe este nome por apresentar como resposta números resultantes de contagens ou mensurações, tendo como exemplos, o número de filhos, a idade e o salário.

Dentre as variáveis qualitativas, estas se dividem ainda em dois subgrupos, sendo eles nominais e ordinais. São classificadas como nominais as variáveis qualitativas que não possuem nenhuma ordenação nas respostas. Já as ordinais recebem este nome por englobarem uma ordem em seus resultados. Como exemplo de variável qualitativa ordinal, tem-se o grau de instrução de um indivíduo, podendo o mesmo ser ensino fundamental, médio e superior. É importante destacar que neste caso, a ordenação se baseia no número de anos de escolaridade completos.

Quanto às variáveis quantitativas, as mesmas também se dividem em dois subgrupos, sendo eles discretos e contínuos. As variáveis quantitativas discretas recebem este nome por terem como resposta um conjunto enumerável de números, sendo os mesmos resultantes de processos de contagens. Como exemplo, pode-se citar o número de filhos, correspondendo os mesmos a $\{0,1,2,3,\dots\}$. Já as variáveis quantitativas contínuas correspondem a valores que pertencem a um intervalo de números reais, sendo os mesmos resultados de uma mensuração. Pode-se citar como exemplo de variável quantitativa contínua a estatura de uma pessoa medida em centímetros.

Sendo assim, no que tange aos experimentos, a variável resposta pode ser quantitativa contínua ou discreta e também, qualitativa ordinal ou nominal. Entretanto, o desenvolvimento feito por Fisher e seus seguidores concentrou-se, somente, em variáveis quantitativas, nas quais as mesmas representam quantidades, tais como o peso, o volume, o comprimento, a concentração, dentre outros.

Se uma variável representar contagem, como por exemplo, o número de espigas por pé de milho, a mesma é classificada como quantitativa, podendo ter como possíveis valores o conjunto composto por $\{0,1,2,3,4\}$. Neste caso, o intervalo de variação é

pequeno e somente pode ser composto por números inteiros, não sendo, portanto, uma variável resposta considerada apropriada no desenvolvimento Fisheriano. Entretanto, o número de insetos de uma parcela pode variar, por exemplo, pelo conjunto composto por $\{0,1,2,3,\dots,80\}$. É esse tipo de variável de contagem citada por último que pode ser considerada uma variável quantitativa apropriada para os modelos de experimentos Fisherianos devido ao seu grande intervalo de variação.

4. Diagnóstico

4.1 Diagnóstico em Análise de Regressão

Um diagnóstico refere-se ao ato de diagnosticar, ou seja, recolher os dados do estudo em questão a fim de analisá-los e, conseqüentemente, obter um resultado para os problemas de diversas naturezas. O diagnóstico é utilizado não só na ciência médica a fim de se detectar doenças, mas também, dentre outras, na ciência estatística.

Na maior parte das análises estatísticas, algumas suposições são assumidas pelos pesquisadores quanto aos modelos utilizados, podendo-se citar como exemplo a normalidade dos dados, independência, dentre outras. Entretanto, no mundo real, não é possível conhecer os verdadeiros modelos, sendo conveniente utilizar nas análises algumas aproximações, fazendo-se com que assim, o pesquisador precise averiguar se, de fato, essas suposições podem ser admitidas.

Cabe aqui destacar que as variáveis medidas não possuem exatamente uma distribuição normal. Todavia, na maioria dos casos, existem recursos destinados a concluir se a distribuição é aproximadamente normal ou se a mesma se aproxima de alguma distribuição conhecida, cabendo ressaltar que um pequeno desvio da distribuição não alterará os resultados da análise em questão.

Considere um estudo clássico de análise de regressão com o modelo abaixo especificado.

$$Y = X\beta + \epsilon \quad (4.1)$$

Este modelo admite algumas suposições. São elas:

- 1) $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$
- 2) $E(\mathbf{Y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$
- 3) $\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{I}\sigma^2$
- 4) $\boldsymbol{\varepsilon} \approx \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I}\sigma^2)$
- 5) $\mathbf{Y} \approx \mathbf{N}(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \mathbf{I}\sigma^2)$

A partir do modelo acima citado, alguns resultados são verificados, dentre eles a independência dos erros, a homogeneidade da variância, a linearidade do modelo e ainda, a normalidade da distribuição em questão. Contudo, qual a melhor aproximação deste modelo com relação ao modelo correto?

Não é possível saber qual o modelo correto. Porém, se as suposições que foram feitas são aproximadamente verossímeis, admite-se que esse modelo terá utilidade para o estudo em questão, assim como Box se manifestou, citado por Ryan (1997).

Para chegar a esta conclusão, ou então rejeitá-la, é necessário o uso de instrumentos gráficos, testes estatísticos, estudos sobre o impacto de cada observação no modelo, também denominado de estudo da influência das observações, dentre outros recursos.

Sendo assim, em um estudo de diagnóstico em análise de regressão, os dados são analisados segundo as suposições assumidas, sendo que, posteriormente, os resultados desta análise serão utilizados a fim de verificar tais suposições. Os livros de Ryan (1997) e o de Belsley, Kuh e Welsch (1980) são boas indicações sobre esse importante tópico.

Barreto (2011) também transmite o seu parecer quanto ao diagnóstico em regressão linear simples e múltipla. Segundo ele, o diagnóstico em análise de regressão refere-se sinteticamente a avaliar se o modelo de regressão formulado para uma determinada análise ou estudo está adequado aos dados levados em consideração.

Portanto, em qualquer análise estatística com uso de um modelo é necessário realizar um diagnóstico, procedimento esse de extrema importância em análises estatísticas. Entretanto, como a análise de um experimento parte de um modelo, é

necessário pensar em como fazer esse diagnóstico da forma mais fidedigna possível, sendo importante destacar que esse assunto encontra-se disperso na literatura, sendo também encontrado com outras denominações.

4.2 Diagnóstico em Análise de Experimentos

Não é tão fácil definir o diagnóstico em análise de experimentos. Cabe aqui ressaltar que um aspecto que dificulta este estudo refere-se ao fato de que, em análise de regressão, o modelo poder ser modificado pelo pesquisador, podendo até mesmo algumas observações serem retiradas do mesmo. Entretanto, em delineamentos de experimento casualizados, a principal característica corresponde ao fato de que o modelo em questão não pode ser modificado. Além do exposto acima, existem também outros questionamentos que são de extrema importância a fim de se entender a abrangência do diagnóstico nessa área.

O primeiro deles se refere ao que pode ocorrer de errado em um experimento. A resposta a essa pergunta foi citada anteriormente, correspondendo à não casualização. Cabe ressaltar que experimentos casualizados possuem a análise de variância – ANOVA – tradicional, conforme já mencionada. Entretanto, quando não houver casualização no experimento, os dados resultantes também poderão ter uma análise de variância, mas de uma forma diferente da ANOVA comumente aplicada, usando para tanto, recursos de modelos mistos, como no exemplo de Littell et al (2006). Todavia, esse estudo referente a dados não casualizados não será desenvolvido nesta monografia, devendo-se considerar para tanto, que o princípio da casualização em experimentos ocorreu.

Um outro questionamento que pode ser feito para um bom entendimento do assunto refere-se ao que pode acontecer para que a validade dos resultados da análise de um experimento casualizado seja comprometida. Afinal, se houve casualização no experimento, tudo irá funcionar? Para responder a essa pergunta, vamos discutir um pouco mais o conceito de aditividade dos efeitos dos tratamentos em experimentos.

Primeiramente, é importante considerar o delineamento completamente casualizado, sendo o mesmo representado através do seguinte modelo:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + \varepsilon_{ij} \quad (4.2)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y ;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i ;
- ε_{ij} sendo o erro aleatório;

Admitindo-se que as parcelas são homogêneas, a estimativa da diferença entre dois efeitos de tratamentos $t_i - t_j$ é dada por $\bar{Y}_i - \bar{Y}_j$. Entretanto, o efeito do tratamento i deve ser o mesmo para toda e qualquer parcela do experimento, para que dessa forma, a soma dos valores das parcelas que receberam o tratamento i possa ser realizada. Se as parcelas não tiverem o mesmo efeito, não pode haver aditividade no experimento, não podendo assim, fazer o uso de inferências estatísticas, mesmo se no experimento tiver ocorrido a casualização.

Desta forma, conclui-se que há aditividade em experimentos quando o efeito do tratamento i , para todo i , é o mesmo em qualquer parcela do experimento, cabendo ressaltar que essa ordem entre as parcelas é definida através do clássico princípio da casualização.

Outro questionamento relacionado à aditividade refere-se ao por que dela não ocorrer em alguns experimentos. Como também veremos posteriormente, são várias as razões pelas quais não ocorre aditividade nos tratamentos e elas serão abordadas ao longo deste trabalho.

Sendo assim, levando-se em consideração que os resultados da análise de um experimento são considerados confirmatórios pela comunidade científica, o aspecto mais importante sobre o diagnóstico nesta área compete a verificar se, de fato, houve aditividade nos efeitos dos tratamentos, sendo este, o ponto central que será abordado nesta monografia.

Como exemplo, considere o seguinte experimento descrito e analisado por Cochran e Cox (1968). O objetivo do experimento foi medir a eficiência de nove tratamentos, sendo eles, oito pesticidas e uma testemunha, no controle da população de nematoides em um experimento com plantação de aveia em solo infestado. O

delineamento utilizado foi o de blocos ao acaso generalizados com quatro blocos, sendo a testemunha repetida quatro vezes em cada bloco. É importante destacar que esse delineamento é adotado em experimentos com repetições de tratamentos dentro de um mesmo bloco.

Contudo, o que poderia dar errado neste experimento?

Primeiramente, é importante destacar a definição de blocos, sendo eles, um subconjunto de parcelas homogêneas, tendo como principais funções diminuir o erro experimental e eliminar possíveis viéses nas comparações entre os tratamentos. Desta forma, os blocos do experimento acima citado foram selecionados com toda a técnica estatística a fim de se gerar parcelas homogêneas, fazendo-se com que assim, o princípio da casualização atingisse os seus objetivos no experimento. Entretanto, a população de nematoides de cada parcela é uma variável não controlada devido ao fato dos mesmos ficarem abaixo da superfície do solo, podendo-se assim afirmar que, se uma parcela estiver com alta infestação de nematoides, e outra com baixa, um mesmo tratamento vai possuir efeitos diferentes se aplicados nestas duas parcelas, ocasionando assim, em não aditividade dos efeitos dos tratamentos no experimento em questão. A solução encontrada para este caso foi a análise de covariância, na qual a mesma será exposta posteriormente.

Contudo, um questionamento que pode ser feito se refere à homogeneidade da variância e à ausência de medidas discrepantes não fazendo parte do diagnóstico em análise de experimentos. Porém, como foi afirmado em Hinkelmann e Kempthorne (1994), isso ocorre devido ao fato de não haver aditividade entre os tratamentos, não precisando assim, tornarem-se motivos de estudos. Entretanto, gráficos e estatísticas descritivas são instrumentos de grande valia em análises estatísticas, sendo os mesmos sempre úteis em toda e qualquer análise.

Para finalizar este tópico, é importante destacar também que os pesquisadores planejam seus experimentos da melhor forma possível, visando obter aditividade entre os tratamentos. Entretanto, mesmo bem planejados, pode ser que essa meta não seja alcançada, ou que até mesmo, ocorra não aditividade no experimento em questão.

4.3 Exemplo com Dados Problemáticos

O exemplo abaixo se refere a um conjunto de dados extraído do artigo “The Transformation of Data from Entomological Field Experiments so that the Analysis of Variance Becomes Applicable” de Geoffrey Beall (1942), publicados por Biometrika Trust, volume 3, página 243 – 262. O artigo em questão trata de experiências sobre o controle de insetos no campo, tendo como principal objetivo investigar se existem mais insetos sobrevivendo em determinadas parcelas, submetidas a um tratamento específico, quando comparados a outras parcelas, submetidas a tratamentos diferentes. Cabe destacar ainda que os dados utilizados nesse artigo correspondem a resultados de experimentos com inseticidas organizados pelo próprio autor em Chantham, Ontario.

O experimento em questão corresponde ao número de insetos do tipo *Leptinotarsa Decemlineata*, por parcela. O quadro abaixo apresenta os dados obtidos, cabendo destacar que o experimento conta com sete blocos e quatro tratamentos para cada bloco. É importante ressaltar ainda que os quatro tratamentos foram repetidos duas vezes em cada bloco, representando, desta forma, um experimento de blocos ao acaso generalizado com cinquenta e seis parcelas. Quanto ao princípio da repetição, o mesmo foi utilizado no experimento com o objetivo de se obter estimativas da variabilidade dentro de cada bloco.

Quadro 2 – Delineamento em blocos ao acaso generalizado com quatro tratamentos dispostos em sete blocos, sendo cada tratamento repetido duas vezes em um mesmo bloco.

Tratamentos	Blocos						
	A	B	C	D	E	F	G
1	305	391	420	355	287	175	454
1	207	364	639	527	293	248	397
2	97	49	21	12	3	10	10
2	93	51	25	37	4	12	1
3	270	105	341	469	82	57	221
3	153	190	348	212	100	285	309
4	7	42	34	8	1	10	4
4	12	2	22	4	1	3	3

Utilizando-se o software estatístico SAS (2003), foi possível obter as seguintes médias dos sete blocos, estando as mesmas apresentadas no quadro abaixo.

Quadro 3 – Médias dos sete blocos do delineamento em blocos ao acaso generalizado com quatro tratamentos e duas repetições.

Bloco	A	B	C	D	E	F	G
Média	1.144	1.194	1.850	1.624	771	800	1.399

A análise de variância deste experimento pode ser feita seguindo dois modelos. O primeiro deles corresponde à seguinte equação:

$$y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \varepsilon_{ij} \quad (4.3)$$

Quanto ao segundo modelo, o mesmo corresponde à equação denotada logo abaixo, na qual a mesma se refere a um modelo com interação entre bloco e tratamento, desde que tenha havido no modelo, repetição dos tratamentos dentro de um mesmo bloco.

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + t_i b_j + \varepsilon_{ij} \quad (4.4)$$

Os resultados referentes ao primeiro modelo estão expostos na tabela 3, abaixo.

Tabela 3 – Análise de Variância sem interação no delineamento em blocos ao acaso generalizado com quatro tratamentos e duas repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	6	121.030,464	20.171,744	3,27	0,0092
Tratamentos	3	1.172.797,214	390.932,405	63,36	< 0,0001
Erro	46	283.834,536	6.170,316		
Total	55	1.577.662,214			

A partir da análise acima, pode-se concluir que foi benéfica a utilização de blocos no experimento. Quanto aos tratamentos, observou-se um p-valor menor que 0,0001, ou seja, menor que o nível de significância de 5% pré-estabelecido. Sendo assim, pode-se afirmar, portanto, que há diferença entre os tratamentos utilizados no experimento em questão.

Quanto aos resultados do segundo modelo, os mesmos estão representados na tabela 4, exposta abaixo.

Tabela 4 – Análise de Variância com interação no delineamento em blocos ao acaso generalizado com quatro tratamentos e duas repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	6	121.030,464	20.171,744	4,59	0,0023
Tratamentos	3	1.172.797,214	390.932,405	88,94	< 0,0001
Blocos x Tratamentos	18	160.765,536	8.931,419	2,03	0,0447
Erro	28	123.069,000	4.395,321		
Total	55	1.577.662,214			

Analisando-se agora a tabela acima através do segundo modelo, foi possível observar um p-valor relativo à interação entre blocos e tratamentos correspondendo à 0,0447, ou seja, menor que o nível de significância de 5% pré-estabelecido. Desta forma, pode-se afirmar que, de fato, houve interação entre blocos e tratamentos.

Sabendo que no experimento em questão houve interação, é necessário para tanto, fazer o uso de instrumentos gráficos a fim de ilustrar e comprovar tal interação, sendo que os mesmos serão vistos posteriormente. Portanto, o experimento acima, referente aos insetos do tipo *Leptinotarsa Decemlineata*, representa um caso típico de não aditividade.

4.4 Perda de Parcelas

Outro problema que pode ocorrer ao realizar experimentos refere-se ao fato de se perder uma ou mais parcelas do experimento, problema esse comumente conhecido como “Missing Data”. Para fins de ilustração quanto a esse assunto, considera-se um experimento completamente casualizado com sete blocos e três tratamentos para cada bloco. Dever-se-ia obter um total de vinte e uma parcelas no experimento. Entretanto, ao coletar os dados, o pesquisador notou que havia apenas dezenove observações,

constatando-se assim, que duas parcelas haviam sido perdidas no experimento em questão.

Antigamente, a perda de parcelas em experimentos era considerada um problema para o pesquisador devido à dificuldade em proceder com a análise de variância quando a ortogonalidade dos delineamentos em blocos ou com linhas e colunas era perdida. Para permitir uma análise menos difícil, passaram a existir fórmulas que fizessem com que os valores das parcelas perdidas fossem estimados. Todavia, esse problema já foi solucionado na ciência estatística através do desenvolvimento dos modelos lineares e pelo uso de softwares como, por exemplo, o SAS (2003), na qual o pesquisador utiliza uma matriz com os dados observados, conseguindo-se assim, solucionar o problema e encontrar os possíveis valores das parcelas perdidas no experimento.

Muitos livros estatísticos antigos abrangem essa área, tendo um capítulo de perda de parcelas para cada tipo de delineamento existente, podendo-se citar o livro de Kempthorne (1952) como uma excelente indicação sobre o assunto mencionado.

4.5 Parcelas Não Homogêneas

Como já foi colocado anteriormente, um conjunto de parcelas é denominado homogêneo quando a diferença entre as mesmas deve-se, única e exclusivamente a variáveis não controláveis. Entretanto, mesmo o pesquisador planejando seu experimento da melhor forma possível, visando trabalhar sempre com parcelas homogêneas, podendo citar como exemplo animais de mesma idade, mesmo peso e mesmo sexo, pode ser que aconteça de que alguma parcela do experimento em questão venha a se tornar, ao longo do tempo, uma parcela não homogênea.

Um exemplo que pode ser relatado referente a parcelas não homogêneas é o caso de um ou mais animais adoecerem durante um experimento sem que este fato seja notado pelo pesquisador. Outro exemplo bastante comum em experimentos de campo corresponde a um experimento de soja com várias parcelas, na qual o pesquisador não consegue notar que o solo conta com a presença de um cupim embaixo de algumas parcelas do terreno, afetando dessa forma, ao longo de um tempo, as parcelas que se encontram próximas a ele. É importante destacar que exemplos como esses causam não

aditividade em experimentos, devendo, portanto, serem analisados de forma diferente, visando o tratamento dessa interação no experimento.

Levando-se em consideração que parcelas homogêneas refletem em menor variância no experimento, pode-se afirmar que as parcelas não homogêneas são consideradas um problema nas análises estatísticas devido ao fato das mesmas contribuírem para um aumento significativo do erro experimental quando o mesmo é comparado com a homogeneidade das parcelas. Sendo assim, dentre as soluções desenvolvidas a fim de se corrigir a não aditividade, destacam-se as transformações de variáveis e a análise de covariância como principais métodos de tratamento de dados problemáticos, sendo que as mesmas serão abordadas com maior ênfase posteriormente.

4.6 Não Aditividade

Como foi exposto anteriormente, o princípio da aditividade em delineamentos refere-se ao fato dos tratamentos possuírem o mesmo efeito em qualquer parcela do experimento. Sendo assim, um experimento que tenha aditividade significa que no mesmo não existe interação entre os tratamentos e as parcelas. Entretanto, na maioria dos experimentos planejados pelo pesquisador, a não aditividade aparece com pequena frequência, sendo que os resultados de um experimento em tal situação não podem responder às perguntas que geralmente são feitas. Por outro lado, não é possível saber ao certo quais são as causas dessas interações, podendo as mesmas serem, por exemplo, referentes a um efeito multiplicativo ou até mesmo exponencial dentro de um experimento.

Outro ponto importante na análise de experimentos casualizados refere-se ao fato de saber como detectar se houve não aditividade no experimento em questão. No exemplo anterior, o próprio modelo do experimento levou à conclusão de que houve interação entre blocos e tratamentos, e portanto, houve não aditividade.

Todavia, e nos casos em que o modelo não permite tal interpretação?

Para alguns casos como esse, existem testes estatísticos que podem levar o pesquisador à conclusão de não aditividade no experimento, como é o caso do teste de Tukey (1949), e até mesmo às tentativas de generalizar procedimentos estatísticos para

tal, como o desenvolvido por Milliken e Graybill (1970). É importante destacar ainda que também existe uma técnica exploratória para trabalhar com não aditividade, denominada de análise das ordens, introduzida por Conover e Iman (1976), na qual a mesma será explorada mais adiante, podendo esta ser aplicada em qualquer tipo de delineamento existente.

Sendo assim, é importante destacar que, constatando-se não aditividade, por qualquer técnica estatística, é necessário utilizar algum procedimento estatístico a fim de se restaurar a aditividade no experimento. Cabe aqui destacar que o meio mais usado nesses casos corresponde ao fato do pesquisador encontrar uma outra variável a partir da variável resposta, tal que o seu respectivo modelo linear se torne aditivo nos tratamentos, ou seja, o pesquisador deve utilizar para tanto uma transformação de variáveis, procedimento discutido por Tukey (1949) em seu importante trabalho sobre não aditividade. Contudo, a mais conhecida técnica de transformação de variáveis foi desenvolvida por Box e Cox (1964), na qual a mesma também será exposta posteriormente.

5. Testes Para Detectar Não Aditividade

5.1 Teste de Tukey para Não Aditividade

O teste de Tukey para não aditividade é considerado um dos métodos mais conhecidos a fim de se detectar não aditividade em delineamentos do tipo blocos ao acaso. É importante destacar que este modelo, na qual Fisher trabalhou, com v tratamentos e r blocos, corresponde à seguinte equação:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + t_i b_j + \varepsilon_{ij} \quad (5.1)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y na parcela do bloco j que recebeu o tratamento i ;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i ;

- b_j sendo o efeito do bloco j ;
- $t_i b_j$ sendo o efeito da interação entre o tratamento i e o bloco j ;
- ε_{ij} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 .

Quanto à análise de variância do teste de Tukey para não aditividade, a mesma é dada da seguinte forma:

Tabela 5 – Análise de Variância do teste de Tukey para não aditividade referente ao delineamento de blocos ao acaso

F.V.	G.L.
Blocos	$r - 1$
Tratamentos	$v - 1$
Interação	$(v - 1)(r - 1)$
Erro	0
Total	$rv - 1$

É nítido perceber que o erro na análise de variância gerada pelo teste de Tukey para não aditividade não pode ser estimado. Sendo assim, pode-se, portanto, pela estrutura do delineamento de blocos ao acaso, representar o erro como a interação nula entre blocos e tratamentos, e assim, representar o delineamento em sua forma usual como:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \varepsilon_{ij} \quad (5.2)$$

Neste caso, deve-se considerar:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y na parcela do bloco j que recebeu o tratamento i ;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i ;
- b_j sendo o efeito do bloco j ;
- ε_{ij} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 .

Cabe aqui ressaltar que, utilizando este delineamento, o grau de liberdade do erro equivalerá a $(r - 1)(v - 1)$.

Entretanto, para um melhor entendimento do teste de Tukey para não aditividade, uma outra interpretação dos graus de liberdade do erro pode ser realizada, tendo a mesma, a seguinte interpretação:

Em estudos de modelos lineares, seja Y um vetor equivalente a $n \times 1$, com $n = rv$ representando o número de observações do experimento em questão. Sendo assim, existirão $(r - 1)(v - 1)$ combinações lineares de Y na forma $a'Y$, tal que seu valor esperado corresponda a zero, ou seja, $E(a'Y) = 0$. Desta forma, essas combinações lineares de Y recebem o nome de funções lineares do erro, gerando, consequentemente, a estimativa do erro experimental.

Diante dessa interpretação de que o erro corresponderia também à interação entre bloco e tratamento com efeito nulo, Tukey retirou uma destas combinações, ou seja, um grau de liberdade, a fim de confirmar se, de fato, o efeito seria nulo. É importante ressaltar que, como neste caso, o trabalho de Tukey foi desenvolvido sem muitas explicações, levando Scheffé, posteriormente, a estudá-lo e a explicar toda a teoria proposta por Tukey, publicando sua obra “The Analysis of Variance” no ano de 1959.

A partir do estudo desenvolvido por Scheffé (1959), o modelo do delineamento com o objetivo de testar a não aditividade em experimentos, passa a ser representado da seguinte forma:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \theta(t_i b_j) + \epsilon_{ij} \quad (5.3)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y na parcela do bloco i que recebeu o tratamento j ;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i ;
- b_j sendo o efeito do bloco j ;
- $\theta(t_i b_j)$ sendo o efeito da interação entre bloco e tratamento;
- ϵ_{ij} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 .

É importante destacar que, neste modelo, θ representa o parâmetro da quantidade de não aditividade no experimento em questão. Além disso, o teste de

hipóteses abaixo pode também responder ao pesquisador se existe, de fato, não aditividade no experimento realizado.

$$\begin{cases} H_0: \theta = 0 \\ H_1: \theta \neq 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

Entretanto, o caminho natural para testar essa hipótese é aplicar o método dos quadrados mínimos e derivar com relação aos parâmetros a fim de se obter o valor de θ . Tem-se, abaixo, o desenvolvimento dos cálculos a fim de se obter essa estimativa.

$$\epsilon_{ij} = Y_{ij} - \mu - t_i - b_j - \theta(t_i b_j) \quad (5.5)$$

$$(\epsilon_{ij})^2 = [Y_{ij} - \mu - t_i - b_j - \theta(t_i b_j)]^2$$

$$\sum_i \sum_j (\epsilon_{ij})^2 = \sum_{ij} [Y_{ij} - \mu - t_i - b_j - \theta(t_i b_j)]^2$$

$$Z(\mu; t_1, t_2, \dots, t_i; b_1, b_2, \dots, b_j) = \sum_i \sum_j (\epsilon_{ij})^2$$

Derivando com relação aos parâmetros acima especificados e igualando a zero, tem-se que:

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} = 0 \quad \frac{\partial Z}{\partial t_i} = 0 \quad \frac{\partial Z}{\partial b_j} = 0 \quad \frac{\partial Z}{\partial \theta} = 0$$

$$1) \quad \frac{\partial Z}{\partial \mu} = 2 \sum_{ij} [Y_{ij} - \mu - t_i - b_j - \theta(t_i b_j)] = 0$$

$$2) \quad \frac{\partial Z}{\partial t_i} = 2 \sum_j [Y_{ij} - \mu - t_i - b_j - \theta(t_i b_j)](-1 - \theta b_j) = 0$$

$$3) \quad \frac{\partial Z}{\partial b_j} = 2 \sum_i [Y_{ij} - \mu - t_i - b_j - \theta(t_i b_j)](-1 - \theta t_i) = 0$$

$$4) \quad \frac{\partial Z}{\partial \theta} = 2 \sum_{ij} [Y_{ij} - \mu - t_i - b_j - \theta(t_i b_j)](-t_i b_j) = 0$$

Dessa forma, pode-se observar que este sistema corresponde a um conjunto de equações não lineares de difícil resolução. Entretanto, Scheffé (1959) conseguiu provar

que as inferências referentes à não aditividade advindas deste modelo eram equivalentes às obtidas através do seguinte modelo:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \theta X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (5.6)$$

com $X_{ij} = (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})$, ou seja, um modelo de análise de covariância, na qual será exposta posteriormente, de fácil solução pelo método dos quadrados mínimos. Scheffé (1959) conseguiu provar que a soma de quadrados para θ , ou seja, para não aditividade, e para o erro são independentes entre si, além de que, sob hipótese nula, ambas possuem distribuição Qui-Quadrado (χ^2), com 1 e $(r - 1)(v - 1) - 1$ graus de liberdade. É importante destacar ainda que a aplicação do teste de Tukey nestes casos resultará em um problema que pode ser resolvido de uma maneira muito mais simples, sendo esta, através da análise de covariância.

Pode-se citar como exemplo um experimento do livro de Snedecor e Cochran (1974), extraído do livro “Statistical Methods” utilizando para tanto o delineamento em blocos ao acaso com o teste de Tukey. O objetivo deste experimento corresponde em testar três armadilhas para insetos, sendo as mesmas repetidas em cinco períodos diferentes. O quadro abaixo representa os dados obtidos, cabendo ressaltar que, neste experimento, as armadilhas correspondem aos tratamentos, enquanto que os períodos correspondem aos blocos.

Quadro 4 – Delineamento em blocos ao acaso com três tratamentos dispostos em cinco blocos diferentes.

Tratamentos	Blocos				
	A	B	C	D	E
1	19,1	23,4	29,5	23,4	16,6
2	50,1	166,1	223,9	58,9	64,6
3	123,0	407,4	398,1	229,1	251,2

A análise de variância obtida através do software estatístico SAS (2003), baseada no número de insetos por parcela, foi a seguinte:

Tabela 6 – Análise de Variância no delineamento em blocos ao acaso com três tratamentos e cinco repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Períodos	4	52.065,9	13.016,4	3,40	0,0661
Tratamentos	2	173.333,0	86.666,5	22,65	0,0005
Erro	8	30.606,9	3.825,8		
Total	14	256.005,8			

Levando-se em consideração que experimentos com animais, mais especificamente insetos, são casos típicos de não aditividade, deve-se aplicar o teste de Tukey para não aditividade a fim de se obter uma nova análise de variância.

Utilizando o software estatístico SAS (2003), a covariável “Não Aditividade” foi gerada, sendo a mesma representada na seguinte tabela de análise de variância.

Tabela 7 – Análise de Variância no delineamento em blocos ao acaso com três tratamentos e cinco repetições resultante da aplicação do Teste de Tukey

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Períodos	4	52.065,9	13.016,4	14,49	0,0017
Tratamentos	2	173.333,0	86.666,5	96,48	< 0,0001
Não Aditividade	1	24.319,0	24.319,0	27,07	0,0012
Erro	7	6.287,8	898,2		
Total	14	256.005,8			

Desta forma, foi possível observar a estimativa do parâmetro $\hat{\theta} = 0,006$ e um Erro Padrão ($\hat{\theta}$) = 0,0012.

Levando-se em consideração que o valor do teste F para não aditividade corresponde a 27,07, apresentando um p-valor equivalente a 0,0012, ou seja, menor que o nível de significância de 5% pré-estabelecido, rejeita-se a hipótese nula de que existe aditividade no experimento em questão, podendo-se concluir assim que, este caso, é uma representação típica de não aditividade em insetos. O próximo passo a ser realizado será a melhor forma de analisar experimentos como esse, na qual a mesma será exposta posteriormente.

5.2 Teste de Mandel para Não Aditividade

Outro teste de grande importância com relação à não aditividade foi também proposto por Mandel (1961), na qual o mesmo, seguindo as linhas de Tukey (1949) e Scheffé (1959), estendeu o modelo que até então se tinha a fim de testar a não aditividade em experimentos. É importante destacar que Tukey, em seus trabalhos, usou apenas uma das funções lineares do erro a fim de quantificar a não aditividade, podendo-se gerar, a partir daí, testes de hipóteses a fim de confirmar sua teoria, como foi exposto anteriormente. Entretanto, Mandel (1961) utilizou os mesmos parâmetros de Tukey e retirou $(v - 1)$ funções lineares do erro a fim de quantificar de forma mais completa a não aditividade dos efeitos dos tratamentos.

O modelo para não aditividade desenvolvido por Mandel (1961) corresponde à seguinte equação, com v coeficientes de regressão:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \theta_i t_i b_j + \varepsilon_{ij} \quad (5.7)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y na parcela do bloco i que recebeu o tratamento j ;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i ;
- b_j sendo o efeito do bloco j ;
- $\theta_i t_i b_j$ sendo o efeito da interação entre bloco e tratamento;
- ε_{ij} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 .

Quanto à análise de variância do teste de Mandel para não aditividade, a mesma é dada da seguinte forma:

Tabela 8 – Análise de Variância do teste de Mandel para não aditividade

F.V.	G.L.
Blocos	$r - 1$
Tratamentos	$v - 1$
Não Aditividade	$v - 1$
Erro	$(v - 1)(r - 2)$
Total	$rv - 1$

É importante destacar que a aplicação do método dos quadrados mínimos neste caso também irá gerar um sistema de equações não lineares. Entretanto, seguindo as ideias expostas por Scheffé (1959), Mandel (1961) conseguiu chegar a uma solução exata. Segue, abaixo, um resumo dessa solução.

Sejam:

- \bar{Y} sendo a média geral;
- $\bar{Y}_{i.}$ sendo a média do tratamento i ;
- $\bar{Y}_{.j}$ sendo a média do bloco j ;
- $\hat{t}_i = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}$, sendo o efeito estimado do tratamento i ;
- $\hat{b}_j = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}$, sendo o efeito estimado do bloco j ;
- $\Delta_{ij} = (\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{i.}) - \lambda_i \hat{b}_j$, sendo a variável auxiliar considerada como o novo erro, representando a não aditividade no experimento;

- $\lambda_i = \frac{\sum_j y_{ij} \hat{b}_j}{\sum_j \hat{b}_j^2}$, sendo um tipo de regressão utilizada por Mandel;

Com estas definições, o modelo de Mandel fica da seguinte forma:

$$Y_{ij} = \bar{Y} + \hat{t}_i + \hat{b}_j + (\lambda_i - 1)\hat{b}_j + \Delta_{ij} \quad (5.8)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y na parcela do bloco i que recebeu o tratamento j ;
- \bar{Y} sendo a média geral;
- \hat{t}_i sendo a estimativa do efeito do tratamento i ;
- \hat{b}_j sendo a estimativa do efeito do bloco j ;
- $(\lambda_i - 1)\hat{b}_j$ sendo o coeficiente de regressão;
- Δ_{ij} sendo a variável auxiliar que representa o novo erro experimental;

Neste caso, a análise de variância obtida através do método dos quadrados mínimos para este modelo resulta na mesma análise de variância no que tange à tratamentos e blocos, podendo-se, assim, representar a soma de quadrados para não aditividade e para o erro através das seguintes equações:

$$1) \text{ SQ(Não Aditividade)} = \sum_i (\lambda_i - 1)^2 \sum_j \hat{b}_j^2 \quad (5.9)$$

$$2) \text{ SQ(Erro)} = \sum_i \sum_j \Delta_{ij}^2$$

É importante destacar que a SQ(Não Aditividade) possui $(v - 1)$ graus de liberdade, enquanto que a SQ(Erro) possui $(v - 1)(r - 2)$, sendo as duas independentes e com distribuição Qui-Quadrado (χ^2). Sendo assim, a SQ(Erro) no modelo de Mandel corresponde à diferença entre a soma de quadrados do erro no modelo de blocos ao acaso e a soma de quadrados para não aditividade, gerando, dessa forma, outro teste para não aditividade, sendo o mesmo, um teste para o modelo de Tukey, cuja análise de variância é representada da seguinte forma:

Tabela 9 – Análise de Variância de Mandel para o teste de Tukey

F.V.	G.L.
Blocos	$r - 1$
Tratamentos	$v - 1$
Tukey	1
Desvio	$v - 2$
Erro	$(v - 1)(r - 2)$
Total	$rv - 1$

Ao observar a análise de variância, pode-se concluir que, se o teste para o desvio for não significativo, então o teste de Tukey é considerado suficiente a fim de identificar a não aditividade no experimento analisado. Entretanto, voltando ao exemplo do experimento de Snedecor e Cochran (1974), extraído do livro “Statistical Methods”, na qual o objetivo principal correspondia em testar três armadilhas para insetos, repetidas em cinco períodos diferentes, conforme mostra o quadro 4, exposto anteriormente, Mandel obteve a seguinte análise de variância:

Tabela 10 – Análise de Variância de Mandel no delineamento em blocos ao acaso com três tratamentos e cinco repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Períodos	4	52.065,9	13.016,4	14,49	0,0017
Tratamentos	2	173.333,0	86.666,5	96,48	< 0,0001
Não Aditividade	2	26.893,0	13.446,5	21,72	0,002
Erro	6	3.714,0	619,2		
Total	14	256.005,9			

A partir da análise de variância acima é possível notar um p-valor equivalente a 0,002, ou seja, menor que o nível de significância de 5% previamente estabelecido.

Sendo assim, rejeita-se a hipótese nula de que há aditividade entre os tratamentos do experimento em questão.

Realizando agora a análise de variância de Mandel para o teste de Tukey, tem-se a seguinte análise:

Tabela 11 – Análise de Variância de Mandel com o teste de Tukey no delineamento em blocos ao acaso com três tratamentos e cinco repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Períodos	4	52.065,9	13.016,4	14,49	0,0017
Tratamentos	2	173.333,0	86.666,5	96,48	< 0,0001
Tukey	1	24.519,0	24.319,0	39,35	0,0003
Desvio	1	2.574,0	2.574,0	4,16	0,0735
Erro	6	3.714,0	619,2		
Total	14	256.005,9			

A partir da análise realizada acima, conclui-se que o teste de Tukey foi significativo devido ao fato do p-valor obtido, equivalente a 0,0003, ser menor que o nível de significância de 5%, ao contrário do teste para o desvio, na qual o mesmo não foi significativo, apresentando um p-valor maior que o nível de significância. Sendo assim, o modelo de Tukey, neste caso, seria suficiente para descrever a não aditividade dos tratamentos para os insetos do experimento em questão.

Analisando-se agora outro experimento, relatado por Bartlett (1947), extraído do artigo “The Use of Transformations”, na qual o objetivo principal correspondia em testar seis tratamentos no combate a ervas daninhas em trigo, em um delineamento de blocos ao acaso com quatro repetições, foi possível notar as seguintes observações:

Quadro 5 – Delineamento em blocos ao acaso com seis tratamentos e quatro repetições

Tratamentos	Blocos			
	A	B	C	D
1	438	442	319	380
2	538	422	377	315
3	77	61	157	52
4	17	31	87	16
5	18	26	77	20
6	115	57	100	45

Levando-se em consideração que a variável resposta do experimento em questão corresponde ao número de plantas daninhas por parcela, foi possível observar a seguinte análise de variância:

Tabela 12 – Análise de Variância no delineamento em blocos ao acaso com seis tratamentos e quatro repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	3	12.876,7917	4.292,2639	1,62	0,2272
Tratamentos	5	641.024,2083	128.204,8417	48,32	< 0,0001
Erro	15	39.798,9583	2.653,2639		
Total	23	693.699,9583			

Entretanto, a análise de variância pelo teste de Tukey é a seguinte:

Tabela 13 – Análise de Variância pelo teste de Tukey no delineamento em blocos ao acaso com seis tratamentos e quatro repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	3	12.876,7917	4.292,2639	1,62	0,2226
Tratamentos	5	641.024,2083	128.204,8417	49,36	< 0,0001
Tukey	1	3.434,2200	3.434,2200	1,32	0,3115
Erro	14	36.364,7383	2.597,4813		
Total	23	693.699,9583			

Sendo assim, foi possível observar o p-valor de Tukey correspondendo a 0,3115, ou seja, maior que o nível de significância de 5% previamente estabelecido. Portanto, pelo teste de Tukey, não se rejeita a hipótese nula de aditividade, ou seja, há aditividade entre os tratamentos do experimento.

Realizando agora a terceira análise de variância, pelo modelo de Mandel, foi possível observar:

Tabela 14 – Análise de Variância de Mandel no delineamento em blocos ao acaso com seis tratamentos e quatro repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	3	12.876,7917	4.292,2639	1,62	0,2272
Tratamentos	5	641.024,2083	128.204,8417	48,32	< 0,0001
Não Aditividade	5	28.454,61	5.690,92	5,01	0,0148
Erro	10	11.344,3	1.134,43		
Total	23	693.699,9583			

Através da análise acima exposta, pelo modelo de Mandel, a hipótese nula é rejeitada devido ao fato do p-valor observado, equivalente a 0,0148, ser menor que o nível de significância de 5%. Conclui-se, portanto, que houve não aditividade entre os tratamentos.

Para finalizar a análise, é preciso realizar ainda, uma última análise de variância, sendo a mesma, a de Mandel para o teste de Tukey. Sendo assim, a análise obtida foi a seguinte:

Tabela 15 – Análise de Variância de Mandel com o teste de Tukey no delineamento em blocos ao acaso com seis tratamentos e quatro repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	3	12.876,7917	4.292,2639	1,62	0,2272
Tratamentos	5	641.024,2083	128.204,8417	48,32	< 0,0001
Tukey	1	3.434,2200	3.434,22	3,02	0,0644
Desvio	4	25.020,39	6.255,09	5,51	0,0108
Erro	10	11.344,3	1.134,43		
Total	23	693.699,9583			

Sendo assim, na análise com o modelo de Mandel, o teste de Tukey realmente não foi significativo devido ao fato do seu p-valor, equivalente a 0,0644, ser maior que o nível de significância estabelecido, correspondendo o mesmo à 5%. Quanto ao desvio, o mesmo foi considerado significativo por apresentar p-valor de 0,0108. Conclui-se, portanto, que houve não aditividade no experimento realizado, levando-se à conclusão de que o modelo de Mandel é melhor do que o de Tukey devido ao fato do mesmo ser mais abrangente.

5.3 Teste de Rojas para Não Aditividade

Tukey, em seu trabalho no ano de 1949, formulou um teste de não aditividade com apenas um grau de liberdade, conforme foi exposto anteriormente, mediante um exemplo numérico, porém, sem a definição de um modelo específico. Com isso, Snedecor o questionou a fim de saber como poderia se aplicar um teste de não aditividade em experimentos com delineamentos do tipo quadrado latino. Tukey (1955), entretanto, o respondeu com outro exemplo numérico, não especificando novamente o modelo que estava sendo utilizado. Dessa forma, Snedecor e Cochran (1967) aplicaram um teste de não aditividade na análise de um experimento delineado como quadrado latino, usando, para tanto, o expediente indicado por Tukey (1955) em seus trabalhos publicados.

Levando-se em consideração que Scheffé (1959) realizou um desenvolvimento teórico do teste de Tukey para o delineamento em blocos ao acaso, o mesmo formulou o seguinte modelo, visto anteriormente conforme a equação (5.3):

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \theta(t_i b_j) + \varepsilon_{ij} \quad (5.10)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y na parcela do bloco i que recebeu o tratamento j ;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i ;
- b_j sendo o efeito do bloco j ;
- $\theta(t_i b_j)$ sendo o efeito da interação entre bloco e tratamento;
- ε_{ij} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 .

Entretanto, Scheffé (1959) mostrou que o modelo acima é equivalente ao seguinte modelo de análise de covariância:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \theta X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (5.11)$$

É importante ressaltar que $X_{ij} = (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})$ e θ representa o parâmetro da quantidade de não aditividade no experimento do modelo em questão.

Entretanto, Mandel (1961) estendeu o teste de não aditividade de Tukey, utilizando para tanto, $(v - 1)$ graus de liberdade, ao contrário de Tukey, na qual o mesmo utilizou apenas um. Dessa forma, pode-se assim afirmar que o modelo de Mandel é considerado melhor do que o de Tukey devido ao fato do mesmo conseguir ser mais abrangente.

Levando-se em consideração todas as prerrogativas quanto aos testes de não aditividade, Rojas (1973) utilizou os desenvolvimentos propostos por Tukey (1955) e por Scheffé (1959) e conseguiu desenvolver uma teoria mais completa no que tange a esse tipo de teste estatístico. O mesmo conseguiu provar que o teste de não aditividade exposto por Tukey para o delineamento em blocos ao acaso pode também ser estendido para outros tipos de delineamentos, podendo-se citar como exemplo, os quadrados latinos, os blocos incompletos, os quadrados latinos incompletos, dentre outros.

Sendo assim, Rojas (1973) partiu do delineamento de quadrado latino com interações de segunda ordem a fim de demonstrar sua teoria. Esse delineamento pode ser representado através da seguinte equação:

$$Y_{ij} = \mu + L_i + C_j + t_k + (LC)_{ij} + (Lt)_{ik} + (Ct)_{jk} + \varepsilon_{ij} \quad (5.12)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y ;
- μ sendo a média geral;
- L_i sendo o efeito da linha i ;
- C_j sendo o efeito da coluna j ;
- t_k sendo o efeito do tratamento k ;
- $(LC)_{ij}$ sendo o efeito da interação entre a linha i e a coluna j ;
- $(Lt)_{ik}$ sendo o efeito da interação entre a linha i e o tratamento k ;
- $(Ct)_{jk}$ sendo o efeito da interação entre a coluna j e o tratamento k ;
- ε_{ij} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 .

Assim como no delineamento em blocos ao acaso, as interações podem caracterizar não aditividade. Entretanto, o pesquisador espera que, nesse tipo de delineamento, as mesmas sejam nulas, ou seja, que essa parte entre no modelo apenas como erro experimental.

Todavia, ao utilizar o delineamento em quadrados latinos, conforme foi exposto, não é possível conseguir estimar o erro experimental, levando Rojas (1973) a utilizar um modelo semelhante ao do teste de Tukey, em blocos ao acaso, para conseguir testar a não aditividade em experimentos. Este modelo corresponde à seguinte equação:

$$Y_{ij} = \mu + L_i + C_j + t_k + \theta(L_i C_j + L_i t_k + C_j t_k) + \varepsilon_{ij} \quad (5.13)$$

É importante destacar que θ representa o parâmetro da não aditividade no modelo em questão. Vale lembrar que, ao realizar um teste com as hipóteses abaixo representadas, deve aqui ser ressaltado que, se a hipótese nula for aceita, pode-se afirmar, com veemência, que ocorreu aditividade no experimento planejado.

$$\begin{cases} H_0: \theta = 0 \\ H_1: \theta \neq 0 \end{cases} \quad (5.14)$$

Entretanto, quando se aplica o método dos quadrados mínimos, assim como foi aplicado, no caso do delineamento em blocos ao acaso, o modelo irá gerar um sistema de equações não lineares de difícil resolução. Rojas, entretanto, utilizou os argumentos de Scheffé (1959) e conseguiu verificar que as inferências com relação ao parâmetro θ eram equivalentes às do seguinte modelo:

$$Y_{ij} = \mu + L_i + C_j + t_k + \theta X_{ijk} + \varepsilon_{ij} \quad (5.15)$$

Cabe aqui ressaltar que, neste caso, $X_{ijk} = \hat{L}_i \hat{C}_j + \hat{L}_i \hat{t}_k + \hat{C}_j \hat{t}_k$, sendo que \hat{L}_i , \hat{C}_j e \hat{t}_k são estimativas obtidas pelo método dos quadrados mínimos através do modelo de quadrado latino, estando o mesmo abaixo representado.

$$Y_{ij} = \mu + L_i + C_j + t_k + \varepsilon_{ij} \quad (5.16)$$

Dessa forma, o modelo para se estudar não aditividade em quadrados latinos, passa a ser, também, um modelo de análise de covariância. Contudo, Rojas também concluiu que, da mesma forma, um modelo semelhante pode ser usado para delineamentos em blocos incompletos e em quadrados latinos incompletos.

Para exemplificar o que foi aqui exposto sobre o teste de Rojas para não aditividade, será utilizado um estudo feito por Snedecor (1937), em seu livro “Statistical Methods Applied to Experiments in Agriculture and Biology” utilizando para tanto, um

delineamento em quadrado latino. O experimento em questão testou cinco tipos de estímulos em primatas, nas quais as linhas foram representadas por cinco tipos de pares de animais e as colunas, por cinco semanas. É importante destacar que a variável resposta do experimento em questão representa o número de estímulos respondidos pelos animais.

Através do tipo de resposta obtida, foi feita ainda, uma transformação logarítmica nos dados para a análise de variância, assunto que será exposto adiante, na qual o principal objetivo do experimento corresponderá em verificar se a transformação em questão foi, de fato, suficiente na restauração da aditividade.

Utilizando o software estatístico SAS (2003), os resultados foram os seguintes:

Tabela 16 – Análise de Variância pelo teste de Rojas para não aditividade no delineamento em quadrado latino

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Par	4	0,47897169	0,11974292	24,39	< 0,0001
Semana	4	0,18364421	0,04591105	9,35	0,0015
Tratamentos	4	0,19439997	0,04859999	9,90	0,0012
Não Aditividade	1	0,01846429	0,01846429	3,76	0,0785
Erro	11	0,05400771	0,00490979		
Total	24	1,05762400			

A partir da análise acima, foi possível observar que o teste de não aditividade ficou próximo da rejeição, levando-se em consideração que o p-valor obtido foi equivalente a 0,0785 a um nível de significância de 5%. Entretanto, Snedecor utilizou uma outra forma de analisar o experimento em questão, chegando, porém, aos mesmos resultados obtidos pelo teste de Rojas. Cabe aqui destacar que, em seu estudo, Rojas (1973) estendeu sua teoria para blocos incompletos e quadrados latinos incompletos, ou seja, o teste de não aditividade possui um modelo teórico, todavia, as inferências sobre a

não aditividade passam a serem feitas através de um simples modelo de análise de covariância.

Um outro ponto que vale a pena ser ressaltado refere-se a um outro estudo referente à não aditividade, sendo o mesmo desenvolvido por Milliken e Graybill (1970). Os autores propuseram outro modelo para se testar hipóteses não previstas pelo modelo linear abaixo especificado:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.17)$$

Neste caso, considera-se:

- \mathbf{Y} sendo o valor da variável resposta;
- \mathbf{X} sendo a matriz dos delineamentos;
- $\boldsymbol{\beta}$ sendo o efeito fixo;
- $\boldsymbol{\varepsilon}$ sendo o erro experimental;

O modelo proposto corresponde ao seguinte:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{F}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.18)$$

Neste caso, considera-se:

- \mathbf{Y} sendo o valor da variável resposta;
- \mathbf{X} sendo a matriz dos delineamentos;
- $\boldsymbol{\beta}$ sendo o efeito fixo;
- $\mathbf{F}\boldsymbol{\alpha}$ sendo a parte que será utilizada no teste da hipótese não prevista;
- $\boldsymbol{\varepsilon}$ sendo o erro experimental;

Neste caso, a parte computacional é mais elaborada do que a proposta por Rojas (1973). Entretanto, para exemplificar o que foi exposto, Milliken e Graybill utilizaram a teoria para testar a não aditividade em um experimento com delineamento em blocos incompletos balanceado, com sete tratamentos e sete blocos, sendo que havia somente três parcelas por bloco no experimento em questão. Para efeitos de comparação, será utilizado também o modelo de Rojas a fim de se testar a não aditividade no mesmo experimento, ou seja, será utilizado um modelo de análise de covariância para um bloco incompleto balanceado.

Pelo desenvolvimento de Rojas, tem-se o seguinte modelo:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \theta X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (5.19)$$

na qual $X_{ij} = \hat{t}_i \hat{b}_j$, com \hat{t}_i e \hat{b}_j são estimativas obtidas pelo método dos quadrados mínimos de t_i e b_j .

Utilizando o software SAS (2003), foi obtida a seguinte análise de variância:

Tabela 17 – Análise de Variância para não aditividade no delineamento em blocos incompletos balanceado, com sete tratamentos e sete blocos.

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	6	146,8828605	24,4804768	189,95	< 0,0001
Tratamentos	6	143,2094033	23,8682339	185,20	< 0,0001
Não Aditividade	1	35,0406359	35,0406359	271,89	< 0,0001
Erro	7	0,9021450	0,1288779		
Total	20	430,7616952			

A partir da análise acima, foi possível observar que, através do teste F, há bastante evidências de não aditividade no experimento em questão, levando-se em consideração que o p-valor obtido foi menor que 0,0001. Conclui-se, portanto, que tanto Milliken e Graybill quanto Rojas chegaram aos mesmos resultados, porém, utilizando caminhos diferentes.

Portanto, através do que aqui foi exposto, pode-se afirmar que existe, de fato, um teste de não aditividade em experimentos com blocos, linhas e colunas, além de delineamentos deles derivados, podendo-se citar como exemplo, o de parcelas divididas. Entretanto, o mesmo não pode ser afirmado com relação ao delineamento completamente casualizado.

6. Outros Tópicos Relacionados com Não Aditividade

6.1 Planejamento Adequado

Na maior parte dos casos, o planejamento de um experimento obedece a alguns critérios já consagrados pelo seu uso, podendo-se citar como exemplo o número de repetições, o poder do teste, dentre outros, cabendo aqui ressaltar que esses critérios estão expostos em livros estatísticos tais como o de Hinkelmann e Kempthorne (1994). Entretanto, a não aditividade corresponde a um aspecto de extrema importância e que não faz parte diretamente da rotina de um planejamento de experimento.

Sendo assim, foi constatado, ao longo do tempo, que para certa classe de experimentos, espera-se que a não aditividade, ou seja, a interação, ocorra com maior frequência, podendo-se citar como exemplo os experimentos na área entomológica. Todavia, quando o pesquisador realiza experimentos fazendo o uso de insetos, cuja finalidade principal seja a comparação de armadilhas, ou seja, a comparação de tratamentos, a não aditividade pode ocorrer com maior frequência devido ao fato dos insetos serem seres não controláveis em experimentos de campo. Sendo assim, levando-se em consideração todos esses fatores, há pelo menos uma alternativa eficaz para se planejar experimentos problemáticos como esse que foi citado.

Considerando os delineamentos em blocos, o planejamento pode ser feito havendo espaço para o pesquisador testar a não aditividade sem modificar o modelo da análise de variância, procedimento este realizado através da repetição dos tratamentos dentro de cada bloco do experimento, fazendo-se com que assim, o pesquisador coloque no modelo a interação entre blocos e tratamentos. Para exemplificar o que foi exposto, utilizar-se-á um dos sete experimentos na área entomológica relatados por Beall (1942), nas quais todos os tratamentos aparecem repetidos duas vezes em cada bloco do experimento em questão.

Dessa maneira, o modelo pode ser descrito da seguinte forma:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + (tb)_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (6.1)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y na parcela do bloco i que recebeu o tratamento j ;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i ;
- b_j sendo o efeito do bloco j ;
- $(tb)_{ij}$ sendo o efeito da interação entre bloco e tratamento;
- ε_{ij} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 .

É importante destacar que a análise de variância em questão fica da seguinte forma, na qual v corresponde ao número de tratamentos do experimento, b ao número de blocos e s ao número de repetições de cada tratamento dentro de um mesmo bloco.

Tabela 18 – Estrutura da Análise de Variância para o delineamento em blocos

F.V.	G.L.
Blocos	$b - 1$
Tratamentos	$v - 1$
Blocos x Tratamentos	$(b - 1)(v - 1)$
Erro	$(s - 1)vb$
Total	$svb - 1$

Levando-se em consideração que a não aditividade em experimentos é causada através da interação entre blocos e tratamentos, o teste F é considerado uma ferramenta muito importante capaz de confirmar ou não a não aditividade no experimento em questão.

Ao analisar novamente os experimentos realizados por Beall (1942), deve-se lembrar de que os mesmos foram feitos no campo, tendo como tratamentos, diversos inseticidas. Sendo assim, dos sete experimentos realizados por Beall, em dois deles ocorreu não aditividade, tornando os experimentos em questão, um problema para o

pesquisador, como foi o caso do experimento cuja variável resposta correspondia ao número de insetos do tipo *Pyrausta Nubilalis* por parcela. A análise de variância realizada pelo software SAS (2003), apresentada na tabela abaixo, confirma a não aditividade, tendo em vista que o p-valor obtido pela interação corresponde a 0,0109, ou seja, menor que o nível de significância previamente estabelecido de 5%.

Tabela 19 – Análise de Variância para o delineamento em blocos ao acaso

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	9	5.193,921	577,102	12,05	< 0,0001
Tratamentos	6	10.327,186	1.721,198	35,93	< 0,0001
Blocos x Tratamentos	54	4.637,529	85,880	1,79	0,0109
Erro	70	3.353,500	47,907		
Total	139	23.512,136			

Vale lembrar que se o delineamento em questão for do tipo quadrado latino, ou seja, em linhas e colunas, o mesmo caminho pode ser seguido, devendo-se assim, repetir os tratamentos dentro das linhas e das colunas ou nas linhas ou nas colunas. Embora esse procedimento deixe o experimento com um custo maior, o mesmo é importante por conseguir identificar se, de fato, existe ou não a não aditividade no experimento que está sendo realizado. Cabe ainda destacar que, se não for possível realizar a repetição dentro de blocos ou das linhas ou das colunas, sempre será possível aplicar um teste estatístico de não aditividade, conforme foi mostrado anteriormente.

6.2 Análise de Covariância

O planejamento de um experimento merece bastante atenção por parte do pesquisador devido ao fato do mesmo ter de conter, além de parcelas homogêneas, os três princípios fundamentais da experimentação, expostos anteriormente, nas quais os

mesmos se referem à casualização, à repetição e ao controle local. Entretanto, mesmo com todo o cuidado do pesquisador, existem alguns experimentos em que é possível observar uma ou mais características agindo sobre o sistema construído, aumentando-se assim, o erro experimental e os possíveis vieses nas comparações entre os tratamentos.

Um exemplo típico de casos como esse corresponde a um experimento construído com o objetivo de se testar diferentes dietas em certa população de cavalos que nasceram na Argentina no ano de 2000. É importante destacar que os pesos desses animais, antes de começar o experimento, devam ser próximos. Todavia, se não existir uma homogeneidade nesses pesos antes do experimento, ao final do mesmo, animais maiores tenderão a pesar mais. Esse fato pode ocorrer não devido à dieta que os mesmos receberam, mas sim, ao peso inicial desses cavalos ser maior quando comparado aos demais. Sendo assim, a não homogeneidade dos pesos desses animais pode aumentar o erro experimental e viciar as possíveis comparações entre os tratamentos em questão.

Levando-se em consideração o que foi aqui exposto, é de extrema importância ressaltar que existe uma técnica estatística denominada de análise de covariância que é aplicada em experimentos como esse, acima citado, a fim de corrigir desvios notados no experimento, como por exemplo, o peso dos diferentes cavalos, cabendo destacar que, a variável peso inicial de cada cavalo é denominada covariável. Sendo assim, a análise de covariância em experimentos tem como principais objetivos, aumentar a precisão, ou seja, diminuir o erro experimental, e ainda, eliminar possíveis vieses nas comparações entre os tratamentos, nas quais os mesmos são causados pela influência de covariáveis agindo sobre o sistema e afetando a aditividade dos tratamentos.

Considerando um delineamento em blocos ao acaso a fim de ilustrar a prática da análise de covariância em delineamentos, a mesma pode ser representada através do seguinte modelo:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}) + \varepsilon_{ij} \quad (6.2)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y ;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i ;
- b_j sendo o efeito do bloco j ;

- β sendo o coeficiente de regressão;
- X_{ij} sendo o valor da covariável X na repetição j do tratamento i;
- \bar{X} sendo a média de X no experimento;
- ϵ_{ij} sendo o erro aleatório;

Cabe destacar que o coeficiente de regressão, denotado por β , é diferente de zero, e ainda que, $\beta(X_{ij} - \bar{X})$ corresponde a uma parte do erro experimental no modelo convencional da análise de variância, podendo-se concluir, portanto, que o mesmo estava inflacionando o erro experimental.

Levando-se em consideração que um dos objetivos principais ao se realizar um experimento refere-se ao fato de comparar os efeitos dos tratamentos, tem-se, portanto, as seguintes médias dos tratamentos i e k através do modelo de análise de covariância.

$$\bar{Y}_i = \mu + t_i + \beta(\bar{X}_i - \bar{X}) \quad (6.3)$$

$$\bar{Y}_k = \mu + t_k + \beta(\bar{X}_k - \bar{X})$$

Sendo assim, a diferença entre os efeitos dos tratamentos corresponde à:

$$t_i - t_k = \bar{Y}_i - \bar{Y}_k - \beta(\bar{X}_i - \bar{X}_k) = (\bar{Y}_i - \beta\bar{X}_i) - (\bar{Y}_k - \beta\bar{X}_k) \quad (6.4)$$

É importante destacar que, neste caso, o erro experimental não entra no cálculo da diferença dos efeitos dos tratamentos devido ao fato do mesmo possuir média equivalente à zero. Desta forma, se nas parcelas alocadas para o tratamento i, a covariável em questão apresentar valores maiores do que os observados nas parcelas que receberam o tratamento k, e ainda, se β for um coeficiente com valor positivo, pode-se afirmar, portanto, que \bar{X}_i será maior do que \bar{X}_k , sendo que a diferença entre os tratamentos i e k será corrigida através do fator $\beta(\bar{X}_i - \bar{X}_k)$. Vale ressaltar também que esse fator corresponde a uma das principais consequências da análise de covariância, tendo o mesmo a importante função de retirar o viés da comparação entre os tratamentos, ou seja, o fator $\beta(\bar{X}_i - \bar{X}_k)$ consiste em beneficiar o tratamento que foi prejudicado e penalizar o tratamento que foi beneficiado.

A tabela de análise de covariância é representada da seguinte maneira:

Tabela 20 – Estrutura da Análise de Covariância para o delineamento em blocos ao acaso

F.V.	G.L.
Blocos	$r - 1$
Tratamentos	$v - 1$
Covariável	1
Erro	$(v - 1)(r - 1) - 1$
Total	$vr - 1$

Para exemplificar o que foi exposto, pode-se citar dois exemplos bastante importantes com relação à análise de covariância. O primeiro deles corresponde a um experimento extraído do livro “Experimental Designs” de Cochran e Cox (1968), na qual o objetivo principal equivale à comparação de oito tratamentos químicos no combate aos nematoides em plantações de aveia, ou seja, os tratamentos correspondem a pesticidas aplicados em várias épocas do ano, sendo importante ressaltar que o experimento contou com um delineamento em blocos ao acaso generalizados, com quatro blocos de doze parcelas, resultando-se assim, em quarenta e oito observações coletadas pelo pesquisador. Além disso, cada bloco contou com oito tratamentos e quatro testemunhas, sendo importante destacar que o tratamento de número zero referiu-se à testemunha, e ainda que, os mesmos, foram alocados aleatoriamente às parcelas dos blocos do experimento. Vale lembrar ainda que a covariável e a variável observadas são equivalentes ao número de cistos antes e depois do experimento, sendo as mesmas denotadas por X e Y, respectivamente.

Sendo assim, o objetivo principal desse experimento corresponde em relacionar a não aditividade com a análise de covariância. Cabe destacar que a população de nematoides varia de parcela para parcela, fazendo-se com que assim, o pesquisador não consiga obter parcelas homogêneas no experimento em questão.

Supondo que a população de uma parcela específica corresponda a 100 nematoides e outra, a 1.000 nematoides, e ainda que, o tratamento A foi aplicado nas

duas parcelas do experimento, pode-se afirmar, dessa forma, que o efeito do tratamento A aplicado na parcela que possui 100 nematoides será bem diferente do efeito do mesmo tratamento aplicado na parcela com 1.000, caracterizando-se assim, na prática, o que se chama de não aditividade em experimentos, ou seja, um mesmo tratamento projetando efeitos diferentes em parcelas distintas.

Entretanto, neste caso, como o pesquisador avaliou a população de nematoides em cada parcela antes da aplicação dos tratamentos, a análise de covariância poderá, pelo menos em partes, restaurar a aditividade dos efeitos dos tratamentos. É importante ressaltar ainda que, no experimento em questão, não existiram interações do tipo bloco x tratamento, e ainda que, a testemunha foi repetida quatro vezes dentro de cada um dos blocos. O motivo dessa repetição deve-se ao fato de, assim, o pesquisador conseguir aumentar a precisão das comparações entre a testemunha e os demais tratamentos e não ao fato do mesmo avaliar se houve ou não aditividade no experimento realizado.

Dessa forma, as médias da variável resposta e da covariável são as seguintes:

Quadro 6 – Médias dos oito tratamentos e da testemunha no delineamento em blocos ao acaso generalizado

Tratamento	Média de X	Média de Y
0	123,43	366,12
2CK	142,50	223,00
1CN	194,50	280,50
1CM	100,50	266,50
1CS	97,25	316,25
2CM	128,25	357,75
2CS	142,00	310,25
1CK	104,25	232,00
2CN	138,50	219,25

Levando-se em consideração o quadro apresentado, foi possível observar que, tanto a covariável X, ou seja, o número de cistos antes do experimento, quando a variável Y, número de cistos depois do experimento, não foram influenciadas pelos tratamentos e pela testemunha. Entretanto, pode ocorrer ainda das mesmas acabarem influenciando os efeitos dos tratamentos no experimento em questão.

Quanto às análises de variância para X e Y, as mesmas estão sendo representadas através das tabelas 21 e 22, expostas abaixo:

Tabela 21 – Análise de Variância para a covariável X, ou seja, número de cistos antes do experimento, em um delineamento em blocos ao acaso generalizado, com oito tratamentos e uma testemunha.

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	3	159.617,41	53.205,80	15,78	< 0,0001
Tratamentos	8	29.141,72	3.642,71	1,08	0,3987
Erro	36	121.408,77	3.372,46		
Total	47	310.167,91			

Tabela 22 – Análise de Variância para a variável Y, ou seja, número de cistos depois do experimento, em um delineamento em blocos ao acaso generalizado, com oito tratamentos e uma testemunha.

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	3	289.426,50	96.475,50	6,38	0,0014
Tratamentos	8	157.447,91	19.680,98	1,30	0,2743
Erro	36	544.690,25	15.130,28		
Total	47	991.564,66			

Ao avaliar as duas análises de variância, foi possível perceber que, para X, o p-valor obtido relativo aos tratamentos foi equivalente a 0,3987, ou seja, maior que o nível

de significância de 5% estabelecido, podendo-se assim afirmar que não houve diferença entre os tratamentos com relação ao número de cistos antes do experimento. Quanto à análise de variância de Y, foi possível notar que o p-valor obtido foi equivalente a 0,2743, ou seja, o mesmo também foi maior que o nível de significância previamente estabelecido.

Contudo, voltando à análise das médias da testemunha e dos oito tratamentos, exposto anteriormente no quadro 6, foi possível observar que as médias da covariável X variaram muito entre os tratamentos do experimento em questão, podendo-se, dessa forma, afetar a aditividade dos efeitos dos tratamentos. Como exemplo, pode-se citar a média da covariável X para o tratamento ICS, na qual a mesma apresentou um valor correspondente a 97,25, enquanto que a média para o tratamento ICN foi equivalente a 194,50. Por outro lado, o valor da covariável X para o tratamento 2CK foi equivalente a 80 em uma parcela e 408 em outra, o que leva o pesquisador a concluir que, o experimento em questão representa um caso típico de não aditividade.

Sendo assim, a partir desses indicadores, pode-se afirmar que a covariável X, ou seja, número de cistos antes do experimento, acabou influenciando os resultados obtidos pelo pesquisador. A fim de se comprovar tal afirmação, foi realizada a análise de covariância para os dados do experimento em questão, conforme mostra a tabela abaixo.

Tabela 23 – Análise de Covariância no delineamento em blocos ao acaso generalizado, com oito tratamentos e uma testemunha.

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	3	110.054,67	36.684,89	5,14	0,0047
Tratamentos	8	237.190,46	29.648,80	4,16	0,0014
Covariável	1	295.085,66	295.085,66	41,38	< 0,0001
Erro	35	249.604,58	7.131,55		
Total	47	991.564,66			

A partir da análise acima, foi possível observar que o teste F foi significativo tanto para tratamentos quanto para a covariável em questão, ou seja, os mesmos foram menores que o nível de significância pré-estabelecido, correspondendo os mesmos à 0,0014 e a um valor menor que 0,0001, respectivamente. Nota-se, claramente, que o erro experimental passou de 15.130,28, na análise de variância, para 7.131,55, na análise de covariância, ou seja, o mesmo teve uma redução de 47% do seu valor inicial, podendo essa diminuição ser atribuída à presença de uma covariável, além de ainda se conseguir eliminar os possíveis viéses nas comparações entre os tratamentos, fato esse que pode ser observado no quadro 7, exposto abaixo, na qual o mesmo apresenta o LSMEANS, ou seja, as médias ajustadas.

Quadro 7 – Médias de X e Y, além da média ajustada dos oito tratamentos e da testemunha no delineamento em blocos ao acaso generalizado

Tratamento	Média de X	Média de Y	Média Ajustada de Y
0	123,43	366,12	373,95
2CK	142,50	223,00	201,10
1CN	194,50	280,50	177,54
1CM	100,50	266,50	310,08
1CS	97,25	316,25	364,90
2CM	128,25	357,75	358,07
2CS	142,00	310,25	289,13
1CK	104,25	232,00	269,74
2CN	138,50	219,25	203,59

Levando-se em consideração que a média ajustada retira a influência da covariável em questão, prejudicando o tratamento que foi beneficiado e beneficiando o tratamento que foi prejudicado, e ainda que, quanto menor a média, melhor o

tratamento, os dados do experimento no combate a nematoides em aveia representam um caso típico de análise de covariância com $\hat{\beta}$ sendo equivalente a 1,56. Para comprovar tal afirmação, pode-se citar o caso do tratamento 2CN, na qual o mesmo apresentou a menor média referente à covariável X, correspondendo a mesma à 97,25, enquanto que o mesmo tratamento apresentou uma média referente à variável Y equivalente ao valor 316,25. Sendo assim, ao realizar a comparação entre a média de Y e a média ajustada, conclui-se que o tratamento 2CN, que anteriormente havia sido beneficiado, fora agora prejudicado devido ao fato do mesmo apresentar a segunda maior média do experimento em questão, sendo a mesma equivalente a 364,90. Pode-se também afirmar que, neste caso, o melhor tratamento correspondeu ao 2CK, com menor média, 177,54, enquanto que o pior foi a testemunha, seguida do tratamento 2CN, cujas médias foram 373,95 e 364,90, respectivamente.

Portanto, é dessa forma que a análise de covariância é utilizada pelos pesquisadores na análise de experimentos que apresentem não aditividade dos efeitos dos tratamentos.

Para melhor exemplificar esse assunto, pode-se citar um outro exemplo de experimento, estando o mesmo relatado em Snedecor e Cochran (1974), cujo objetivo principal correspondia em testar a eficiência de dois remédios no tratamento de uma doença específica de pele, sendo os mesmos denotados pelas letras “A” e “D”. Entretanto, o pesquisador também inseriu o placebo no estudo, estando o mesmo denotado pela letra “F”. É importante destacar que a intensidade da doença foi avaliada antes e depois da aplicação dos tratamentos conforme um índice previamente estabelecido, sendo as mesmas denotadas por X e Y, respectivamente.

Sendo assim, utilizando-se o software estatístico SAS (2003), foi possível obter as seguintes médias dos dois tratamentos e da testemunha para X e Y, estando as mesmas representadas no seguinte quadro.

Quadro 8 – Médias para X e Y dos dois tratamentos e da testemunha no delineamento completamente casualizado

Tratamento	Média de X	Média de Y
A	9,3	5,3
D	10,0	6,1
F	12,9	12,3

A partir do quadro acima, foi possível observar que, quanto às médias da covariável X, ou seja, número de lesões antes do experimento, as mesmas apresentaram resultados diferentes para cada um dos tratamentos. Entretanto, ao observar os dados originais, foi possível perceber que, para o tratamento A, o valor da covariável em questão foi equivalente a 3 em uma parcela e 19 em outra, podendo assim, acarretar prejuízos para o experimento como um todo, prejuízos estes como a não aditividade dos efeitos dos tratamentos, influenciando, desta maneira, o resultado final da análise.

Ao analisar o experimento, deve-se, primeiramente, realizar uma análise de variância simples para a variável Y e para a covariável X, conforme mostram as tabelas 24 e 25 expostas abaixo. Além disso, deve-se, posteriormente, fazer o uso da análise de covariância a fim de se corrigir, pelo menos parcialmente, os resultados da análise em questão.

Tabela 24 – Análise de Variância para a variável Y, no delineamento completamente casualizado, com dois tratamentos e uma testemunha

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Tratamentos	2	293,60	146,80	3,98	0,0305
Erro	27	995,10	36,86		
Total	29	1.288,70			

Tabela 25 – Análise de Variância para a covariável X, no delineamento completamente casualizado, com dois tratamentos e uma testemunha

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Tratamentos	2	72,87	36,43	1,66	0,2092
Erro	27	593,00	21,96		
Total	29	665,87			

Ao realizar uma análise das duas ANOVA, foi possível perceber que, para a variável Y, o p-valor obtido, relativo aos remédios, foi equivalente a 0,0305, ou seja, menor que o nível de significância de 5% previamente estabelecido, podendo-se afirmar, dessa forma, que existe diferença entre os remédios do experimento em questão, e ainda que, algum tratamento fora beneficiado ou prejudicado em detrimento de outro. Quanto à análise da covariável X, a mesma apresentou um p-valor correspondendo a 0,2092, ou seja, maior que o nível de significância estabelecido. Sendo assim, conclui-se que não houve nenhuma influência da covariável no efeito dos remédios anteriormente especificados.

Sendo assim, levando-se em consideração que, a partir do quadro 8, as médias dos tratamentos foram muito divergentes entre si, deve-se realizar uma análise de covariância a fim de saber se o erro experimental em questão está vizado ou não, conforme mostra a seguinte tabela.

Tabela 26 – Análise de Covariância no delineamento completamente casualizado, com dois tratamentos e uma testemunha

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Tratamentos	2	68,55	34,28	2,14	0,1384
Covariável	1	577,90	577,90	36,01	< 0,0001
Erro	26	417,20	16,05		
Total	29	1.288,70			

A partir da análise de covariância, é possível perceber que o teste F foi significativo somente para a covariável X em questão, ou seja, o p-valor obtido foi menor que o nível de significância estabelecido, correspondendo o mesmo a um valor menor que 0,0001. Além disso, também foi possível observar que a hipótese nula foi aceita, ou seja, não existe diferença significativa entre os tratamentos, evidenciando-se assim, que esse fato pode ter ocorrido devido à falta de aditividade no experimento em questão. Entretanto, por outro lado, o erro experimental passou de 36,86, na análise de variância, para 16,05, na análise de covariância, ou seja, o mesmo teve uma redução de 56% do seu valor inicial, podendo essa diminuição ser atribuída à presença da covariável X, além da mesma contribuir no aumento da precisão do experimento.

Portanto, para complementar a análise, o quadro 9 apresenta a média ajustada, ou seja, LSMEANS, para os respectivos tratamentos. É importante destacar que, como não houve diferença entre os tratamentos do experimento em questão, a média ajustada não beneficiou quem havia sido prejudicado e também não prejudicou quem havia sido beneficiado, mantendo-se assim, o tratamento A como sendo a menor média e o tratamento F, ou seja, a testemunha, como sendo a maior média.

Quadro 9 – Médias de X, Y e da média ajustada dos dois tratamentos e da testemunha no delineamento completamente casualizado

Tratamento	Média de X	Média de Y	Média Ajustada de Y
A	9,3	5,3	6,7
D	10,0	6,1	6,8
F	12,9	12,3	10,1

Sendo assim, o primeiro exemplo, extraído do livro “Experimental Designs” de Cochran e Cox (1968), representa um caso típico de não significância, enquanto que, ao aplicar a análise de covariância, a mesma apresentou resultados significativos, ao contrário do segundo exemplo, extraído do livro “Statistical Methods” de Snedecor e Cochran (1974), cuja análise deu significativa, enquanto que, ao aplicar a análise de covariância, a mesma apresentou resultados não significativos.

6.3 Análise das Ordens

A análise de experimentos nas quais os tratamentos foram alocados às parcelas mediante uma casualização, originando dessa forma um modelo probabilístico, não apresenta maiores problemas. Entretanto, mesmo com a premissa da casualização e com a certeza de que o experimento foi conduzido adequadamente, não existe uma garantia real de que os resultados da análise estejam veementemente corretos devido ao fato de que, se tiver havido aditividade dos efeitos dos tratamentos, as inferências a serem feitas com relação aos experimentos estarão seriamente prejudicadas. Sendo assim, como foi visto anteriormente, existem testes de hipóteses para não aditividade, sendo os mesmos aplicáveis em delineamentos em blocos e em linhas e colunas. É importante destacar que esses testes são utilizados quando a não aditividade é originada através da interação entre blocos e tratamentos.

Entretanto, a não aditividade pode aparecer em um experimento advinda de outras origens, tais como Hinkelmann e Kempthorne (1994) abordam em seu importante livro “Design and Analysis of Experiments”. Neste caso, um dos testes de não aditividade, tais como o de Tukey, o de Mandel e o de Rojas, aqui explicitados, podem não surtir efeito satisfatório. Dessa forma, para casos como esse, será aqui exposta uma outra maneira de trabalhar com a não aditividade em experimentos.

Na década de 1970, dois importantes autores – Conover e Iman – propuseram um outro tipo de análise na qual denotaram a mesma de “Análise com Transformação de Ordens”, comumente conhecida como análise das ordens. A mesma consiste em trabalhar com um modelo, sendo o mesmo, por exemplo, o de blocos ao acaso, descrito da seguinte maneira:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \epsilon_{ij} \quad (6.5)$$

Neste caso, considera-se:

- Y_{ij} sendo o valor da resposta Y na parcela do bloco j que recebeu o tratamento i;
- μ sendo a média geral;
- t_i sendo o efeito do tratamento i;
- b_j sendo o efeito do bloco j;
- ϵ_{ij} sendo o erro aleatório, com média zero e variância σ^2 ;

Dessa forma, é possível transformar os valores observados de Y_{ij} em Z_{ij} , na qual este último corresponde aos valores ordenados de Y_{ij} . Neste caso, se n corresponde ao número de observações existentes, então Z_{ij} irá variar de 1 a n , de acordo com a ordem da grandeza de Y_{ij} . É importante destacar que a análise em questão contará com duas variáveis resposta, ou seja, Y_{ij} e Z_{ij} , e ainda, duas análises de variância.

O desenvolvimento relacionado a este tópico pode ser encontrado em Conover e Iman (1976) e também em Conover e Iman (1981). É de suma importância ressaltar que os estudos destes dois autores levaram os pesquisadores ao procedimento de comparar as duas análises de variância através do teste F. Assim, se os resultados obtidos forem razoavelmente diferentes, então o modelo em questão com a variável original Y_{ij} estará comprometido e com sérios problemas. Entretanto, ao se tratar de um experimento, é provável que estes problemas sejam devidos à não aditividade dos efeitos dos tratamentos, sendo que, as razões das diferenças entre as duas análises de variância possa se dar por outros motivos ou até mesmo pela não aditividade não originada pelas interações entre blocos e tratamentos.

Segundo os autores, caso os resultados das análises sejam diferentes, algum aspecto estará afetando o experimento em questão, mesmo que as causas não sejam identificáveis pelo pesquisador. Para exemplificar, pode-se citar o exemplo de um experimento descrito por Snedecor e Cochran (1974) a fim de se testar armadilhas na captura de insetos, exemplo esse já visto anteriormente. Os dados do experimento são os seguintes, cabendo ressaltar que Z corresponde à variável transformada.

Quadro 10 – Delineamento em blocos ao acaso com cinco blocos e três tratamentos para a variável Y e para variável transformada Z

Período	Tratamento	Y	Z
1	A	19,1	2,0
1	B	50,1	6,0
1	C	123,0	9,0
2	A	23,4	3,5
2	B	166,1	10,0
2	C	407,4	15,0
3	A	29,5	5,0
3	B	223,9	11,0
3	C	398,1	14,0
4	A	23,4	3,5
4	B	58,9	7,0
4	C	229,1	12,0
5	A	16,6	1,0
5	B	64,6	8,0
5	C	251,2	13,0

Sendo assim, utilizando o software estatístico SAS (2003), foi possível obter as seguintes análises de variância, apresentadas nas tabelas 27 e 28.

Tabela 27 – Análise de Variância para a variável Y, no delineamento em blocos ao acaso, com cinco blocos e três tratamentos

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Períodos	4	52.065,916	13.016,48	3,40	0,0661
Tratamentos	2	173.333,056	86.666,53	22,65	0,0005
Erro	8	30.606,964	3.825,87		
Total	14	256.005,936			

Tabela 28 – Análise de Variância para a variável transformada Z, no delineamento em blocos ao acaso, com cinco blocos e três tratamentos

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Períodos	4	37,167	9,2917	6,93	0,0103
Tratamentos	2	231,600	115,800	86,31	< 0,0001
Erro	8	10,7333	1,3417		
Total	14	279,500			

A partir das tabelas de análise de variância, foi possível observar que os valores de F, no que tange aos tratamentos, foram 22,65 para a variável Y e 86,31 para a variável transformada Z, indicando, claramente, que este modelo não pode ser considerado correto devido à não aditividade dos efeitos dos tratamentos. É importante destacar ainda que o teste de Tukey para esse experimento já havia detectado não aditividade.

Sendo assim, dois aspectos sobre a transformação de ordens chamam a atenção do pesquisador. O primeiro deles refere-se à resposta quanto ao questionamento de que a análise das ordens é realizada dentro de um grupo, podendo-se citar como exemplo um bloco, ou se a mesma é irrestrita. Cabe aqui ressaltar que Conover e Iman (1981)

considera esse tipo de transformação como irrestrita. Quanto ao segundo aspecto, o mesmo refere-se à ocorrência de empate, sendo que a média dos valores envolvidos corresponde à transformação mais utilizada pelos pesquisadores. Ou seja, se o terceiro e o quarto valores corresponderem a valores iguais, então a variável transformada Z equivale, por exemplo, a 3,5 para ambos, conforme foi feito no experimento referenciado.

Portanto, uma característica desse tipo de análise, ou seja, das ordens, corresponde em considerar a mesma como uma análise exploratória e não confirmatória como o teste de Tukey, por exemplo. E ainda, o fato de que os resultados da análise da variável original e os da de ordens sejam bem próximos não garantem que não haja problemas, como a não aditividade, no experimento em questão. Entretanto, se estes resultados forem bastante divergentes, pode-se concluir que alguma suposição do modelo utilizado não está ocorrendo. Sendo assim, a análise de ordens, embora fraca, pode ser muito útil para o pesquisador, por exemplo, nos experimentos completamente casualizado, na qual no mesmo não existe a presença dos blocos.

6.4 Transformação de Variáveis para Não Aditividade

Caso o diagnóstico de um experimento indique que as suposições admitidas no modelo são razoáveis, então, a análise segue um padrão conhecido. Entretanto, se a não aditividade for constatada, o que o pesquisador deve fazer?

Tukey (1949) em sua obra “One Degree of Freedom for Non-Additivity” já havia indicado uma solução, sendo a mesma, a transformação da variável original de forma que se conseguisse restaurar a aditividade no experimento em questão. Quanto à sua transformação, Tukey sugeriu que a mesma fosse do tipo potência, conforme mostra a seguinte equação:

$$Z = Y^P \quad (6.6)$$

Nesta equação, Z corresponde à variável transformada, enquanto que Y corresponde à variável resposta em questão.

No que se refere à transformação de variáveis, Tukey sugeriu ainda, em seu trabalho, uma forma de obter o melhor valor de p , sendo a mesma utilizada por

Snedecor e Cochran (1974) na análise de um experimento. Entretanto, foram Box e Cox (1964) que popularizaram a transformação de variáveis na análise de dados.

Para Box e Cox (1964), a melhor transformação ocorre considerando que, para cada variável Z_{ij} exista aditividade dos tratamentos. A transformação de Box e Cox corresponde às seguintes equações:

$$Z_{ij} = \frac{Y_{ij}^{\lambda} - 1}{\lambda}, \text{ se } \lambda \neq 0 \quad (6.7)$$

$$Z_{ij} = \log(Y), \text{ se } \lambda = 0 \quad (6.8)$$

Dessa forma, pela teoria de Box e Cox (1964), existe um λ tal que Z_{ij} possa ser representado por um modelo linear com efeitos de tratamentos aditivos. Entretanto, não existe uma forma direta de se obter o valor de λ , sendo necessário para tanto, admitir que os dados transformados tenham distribuição normal, usando, posteriormente, a função de verossimilhança a fim de indicar o melhor valor de λ , ou seja, aquele que torna máxima a função de verossimilhança. Entretanto, nem sempre a transformação de Box e Cox funciona, assim como foi enfatizado por Souza (1998).

É importante ressaltar que o comando PROC TRANSREG do SAS (2003) possui a função acima citada, ou seja, o mesmo realiza uma busca pelo melhor valor de λ . Contudo, de uma forma geral, a transformação de variáveis, seja ela Box e Cox ou qualquer outra, consiste em obter uma escala para a variável resposta tal que ocorra aditividade no experimento.

Para exemplificar o que foi exposto, pode-se citar o exemplo do experimento com insetos relatado por Snedecor e Cochran (1974), analisado anteriormente na seção 5.1, cujo objetivo principal correspondia em testar três armadilhas para insetos, sendo as mesmas repetidas em cinco períodos diferentes. Como o teste de Tukey detectou não aditividade, deve-se, portanto, aplicar a transformação de Box e Cox a fim de conseguir restaurar a aditividade dos efeitos dos tratamentos no conjunto de dados em questão.

Mediante o uso do PROC TRANSREG, no SAS (2003), foi possível concluir que o melhor valor de λ correspondia a $\lambda = -0,38$. Cabe aqui ressaltar que, na prática, não se utiliza a fórmula completa desenvolvida por Box e Cox, mas sim, à equação exposta logo abaixo, devido ao fato de, se o pesquisador diminuir uma constante dos

dados e dividi-los por uma outra, os resultados da análise em questão não serão alterados.

$$Z_{ij} = Y_{ij}^{\lambda} \quad (6.9)$$

Sendo assim, a análise com os dados transformados forneceu os seguintes resultados, expostos na tabela abaixo.

Tabela 29 – Análise de Variância para a variável transformada Z, no delineamento em blocos ao acaso, com cinco blocos e três tratamentos

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Períodos	4	0,00598	0,0015	6,61	0,0119
Tratamentos	2	0,05987	0,0299	132,31	< 0,0001
Erro	8	0,00181	0,0002		
Total	14	0,067669			

Como verificação, aplicando o teste de Tukey para a variável transformada Z, foi possível observar os seguintes resultados:

Tabela 30 – Análise de Variância pelo teste de Tukey para a variável transformada Z, no delineamento em blocos ao acaso, com cinco blocos e três tratamentos

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Períodos	4	0,00988	0,00247	6,10	0,0194
Tratamentos	2	0,09118	0,04559	112,56	< 0,0001
Tukey	1	0,00005	0,00005	0,11	0,7457
Erro	7	0,00283	0,00041		
Total	14	0,10394			

Portanto, pode-se afirmar que a transformação de variáveis restaurou a aditividade dos tratamentos no experimento com insetos relatado por Snedecor e Cochran (1974).

Aplicando agora a transformação de Box e Cox (1964) em um outro experimento com insetos, sendo o mesmo o experimento de número dois do artigo de Beall (1942), foi possível observar a seguinte análise de variância, exposta logo abaixo, cabendo destacar que o delineamento em questão conta com sete inseticidas, ou seja, tratamentos, em dez blocos diferentes, valendo lembrar que os tratamentos foram repetidos duas vezes em cada bloco, obtendo-se assim, o delineamento denominado de blocos ao acaso generalizado. Cabe aqui ressaltar que, quanto à variável resposta do experimento, a mesma corresponde ao número de insetos por parcela.

Tabela 31 – Análise de Variância com interação no delineamento em blocos ao acaso generalizado com dez blocos, sete tratamentos e duas repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	9	5.193,92	577,10	12,05	< 0,0001
Tratamentos	6	10.327,18	1.721,19	35,93	< 0,0001
Blocos*Tratamentos	54	4.637,52	85,88	1,79	0,0109
Erro	70	3.353,50	47,90		
Total	139	23.512,13			

A partir da tabela acima, foi possível perceber que a interação entre blocos e tratamentos foi significativa, ou seja, menor que o nível de significância de 5% estabelecido, indicando-se assim que, o experimento em questão corresponde a um caso típico de não aditividade dos efeitos dos tratamentos. Deve-se, portanto, realizar uma transformação dos dados, via Box e Cox, a fim de tentar restaurar a aditividade do experimento.

A partir da função de verossimilhança, foi possível observar $\lambda = 0,72$, sendo que a análise de variância dos dados transformados corresponde à seguinte tabela:

Tabela 32 – Análise de Variância para a variável transformada Z, via Box e Cox, no delineamento em blocos ao acaso generalizado, com dez blocos, sete tratamentos e duas repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	9	516,74	57,42	12,67	< 0,0001
Tratamentos	6	836,96	139,49	30,79	< 0,0001
Blocos*Tratamentos	54	377,13	6,98	1,54	0,0443
Erro	70	317,18	4,53		
Total	139	2.048,02			

Nota-se claramente que a transformação dos dados via Box e Cox não obteve sucesso na restauração dos dados devido ao fato da interação entre blocos e tratamentos continuar sendo significativa, ou seja, a mesma apresentou um p-valor equivalente a 0,0443, menor que o nível de significância de 5% previamente estabelecido. Sendo assim, deve-se procurar um outro tipo de transformação, sendo que, neste caso, a logarítmica, cujo $\lambda = 0$, é que conseguirá restaurar a aditividade no experimento em questão. A análise de variância com a aplicação do logarítmo está sendo representada na seguinte tabela.

Tabela 33 – Análise de Variância para a variável transformada Z, via logaritmo, no delineamento em blocos ao acaso generalizado, com dez blocos, sete tratamentos e duas repetições

F.V.	G.L.	SQ	QM	F	P-Valor
Blocos	9	3,7283	0,4142	10,39	< 0,0001
Tratamentos	6	3,2814	0,5469	13,72	< 0,0001
Blocos*Tratamentos	54	2,0485	0,0379	0,95	0,5722
Erro	70	2,7908	0,0398		
Total	139	11,8491			

A partir da escala gerada pela transformação logarítmica, pode-se afirmar que a aditividade dos efeitos dos tratamentos no experimento em questão foi restaurada devido ao fato do p-valor da interação, ou seja, 0,5722, ser maior que o nível de significância de 5% anteriormente estabelecido. Entretanto, caso a não aditividade fosse detectada novamente, o caminho a seguir seria o de utilizar um outro tipo de transformação da variável resposta, até ficar comprovado para o pesquisador que a mesma funcionou, restaurando a aditividade do experimento.

Dessa forma, a transformação de variáveis surgiu como uma ferramenta a mais no intuito de ajudar os pesquisadores a trabalharem com dados problemáticos, sendo importante destacar que, a partir da transformação dos dados, é necessário realizar ainda uma outra análise de variância a fim de verificar se os dados estão sendo representados da forma esperada. Posteriormente, constatando que a transformação realizada resgatou a aditividade no experimento, deve-se interpretar os resultados obtidos a fim de se poder fazer testes de hipóteses e inferências estatísticas, não podendo o pesquisador se esquecer de transformar novamente os dados à escala original quando do término da análise. Para maiores informações sobre este tópico, o livro “Experiments: Design and Analysis” de John e Quenouille (1977) é considerado uma excelente bibliografia.

7. Conclusão

O diagnóstico em análise de experimentos tem sido uma prática pouco utilizada pelos pesquisadores devido ao fato dos mesmos acreditarem que somente os cuidados no planejamento e na condução do experimento são suficientes, fazendo-se com que assim, o processo se torne livre de impedimentos com relação às inferências estatísticas. Entretanto, duas condições são necessárias para que o modelo de análise de experimentos seja válido. A primeira delas se refere à casualização, enquanto que a segunda, se refere ao fato dos efeitos dos tratamentos do experimento em questão serem aditivos. Sendo assim, foi visto neste trabalho, por meio de exemplos, algumas situações experimentais cuja não aditividade ocorreu, concluindo-se assim, que o diagnóstico merece a devida atenção do pesquisador no que tange à análise de experimentos.

As ações visando o diagnóstico devem começar, primeiramente, pelo planejamento do experimento, através de um cuidadoso estudo sobre as possíveis covariáveis que podem vir a influenciar a variável resposta, devendo as mesmas serem quantificadas antes do início do experimento, para que assim, seja realizada, posteriormente, uma análise de covariância a fim de conseguir restaurar, ao menos parcialmente, a não aditividade em questão. Cabe aqui destacar que, dependendo da natureza do experimento, a probabilidade de ocorrência de não aditividade pode ser maior ou menor. Caso seja maior, o delineamento deve ser modificado tal que, na própria análise, possa ser realizado um teste de hipóteses com vistas à detecção da não aditividade, entretanto, sem alterar o modelo na qual o pesquisador possui em mãos.

Sendo assim, por meio das razões expostas anteriormente, é a posteriori que a não aditividade é estudada no experimento, sendo válido lembrar que, neste contexto, existem alguns testes de não aditividade que podem ser aplicados, implicando, porém, na modificação do modelo. Contudo, mediante o que foi pesquisado, conclui-se que os testes para não aditividade podem ser aplicados em quase todos os delineamentos, sendo que esse fato é pouco conhecido por aqueles que realizam a análise de experimentos.

Segundo Tukey (1949), em seu primeiro trabalho referente aos testes de não aditividade, o procedimento utilizado poderia ser estendido, na prática, para qualquer delineamento, fato esse comprovado pelo artigo de Rojas (1973). Dessa maneira,

conclui-se que um diagnóstico sobre aditividade pode ser conduzido em experimentos tanto em blocos quanto em linhas e colunas, podendo os mesmos serem completos ou incompletos, conforme mostrado anteriormente.

Entretanto, no que se refere ao diagnóstico, mesmo com todos esses avanços com relação aos delineamentos, ainda não existe uma forma conhecida para se testar a não aditividade, como por exemplo, em parcelas divididas, havendo, portanto, espaço para mais estudos relacionados a essa área. Todavia, por outro lado, a base dos modelos que foram utilizados surgiu de uma aproximação de primeira ordem do polinômio de Taylor, realizado por Scheffé (1959), podendo-se assim, a aditividade ser explicada, eventualmente, por outro meio, diferente da interação entre blocos e tratamentos.

Ainda com relação à não aditividade, em alguns casos, a mesma também pode ser tratada através de uma outra forma. Em experimentos de campo, na agricultura, a análise de vizinhanças, comumente conhecida como análise espacial, tem sido uma prática muito importante na restauração da não aditividade, pelo menos em partes. É importante aqui ressaltar que o trabalho de Williams (1986) é um dos grandes marcos da estatística nessa área.

Finalmente, é relevante destacar que os aplicativos de estatística não possuem nenhuma chamada com relação ao diagnóstico, fazendo-se com que assim, a prática da análise de experimentos continue sendo trabalhada com o maior cuidado possível. É necessário também que o diagnóstico em análise de experimentos seja difundido entre os que precisam realizar experimentos, para que assim, haja uma minimização dos males que a não aditividade pode causar, considerando que os resultados de um experimento são sempre confirmatórios, e não exploratórios.

8. Referências Bibliográficas

- BARRETO, A. S. (2011). Modelos de Regressão: Teoria e Aplicações com o Programa Estatístico R. Brasília, DF. 1ª edição.
- BARTLETT, M. S. (1936). Square Root Transformation in Analysis of Variance. J. Roy. Statist. Soc. Suppl. v. 3, p. 68 – 78.
- BARTLETT, M. S. (1947). The Use of Transformations. Biometrics, v. 3, p. 39 – 52.
- BEALL, G. (1942). The Transformation of Data from Entomological Field Experiments so that the Analysis of Variance Becomes Applicable. Biometrics, v. 3, p. 243 – 262.
- BELSLEY, D. A., KUH, E. e WELSCH, R. E. (1980). Regression Diagnostics. Identifying Influential Data and Sources of Collinearity. Wiley.
- BOX, G. E. P. e WILSON, K. B. (1951). On the Experimental Attainment of Optimum Conditions (With Discussion). Journal of Royal Statistical Society, v. 13, p. 1 – 45.
- BOX, G. E. P. e COX, D. R. (1964). An Analysis of Transformations. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), v. 26, n. 2, p. 211 – 252.
- COCHRAN, W. G. e COX, G. M. (1968). Experimental Designs. New York: Wiley.
- CONOVER, W. J. e IMAN, R. L. (1976). On Some Alternatives Procedures Using Ranks for the Analysis of Experimental Designs. Communications in Statistics, Ser. A, p. 1348 – 1368.
- CONOVER, W. J. e IMAN, R. L. (1981). Rank Transformations as a Bridge Between Parametric and Nonparametrics Statistics. The American Statistician, v. 35, p. 124 – 129.
- COOK, R. D. (1977). Detection of Influential Observations in Linear Regression. Technometrics, v. 19, p. 15 – 18.
- COX, D. R. (1958). Planning of Experiments. New York: Wiley.
- DEMIDENKO, E. (2004). Mixed Models: Theory and Applications. New York: Wiley.

- DIAS, L. A. S. dos (2001). Melhoramento Genético do Cacaueiro. Viçosa, MG: FUNAPE, p. 578.
- DIAS, L. A. S. dos e RESENDE, M. D. V. de (2001). Experimentação no Melhoramento. Viçosa, MG: FUNAPE, p. 439 – 492.
- DIAS, L. A. S. dos e RESENDE, M. D. V. de (2001). Estratégias e Métodos de Seleção. Viçosa, MG: FUNAPE, p. 217 – 287.
- DUNNETT, C. W. (1964). New Tables for Multiple Comparisons with a Control. *Biometrics*, v. 20.
- EISENHART, C. (1947). The Assumptions Underlying the Analysis of Variance. *Biometrics*, Washington, DC, v. 3, p. 1-21.
- FERNANDEZ, G. C. J. (1992) Residual Analysis and Data Transformations: Important Tools in Statistical Analysis. *Hortscience*, v. 27, n. 4, p. 297 – 300.
- FISHER, R. A. (1926). The Arrangement of Field Experiments. *Journal of the Ministry of Agriculture of Great Britain*, v. 33, p. 503 – 513.
- FISHER, R. A. (1935). *The Design of Experiments*. Edinburgh and London. Oliver and Boyd.
- HINKELMANN, K. e KEMPTHORNE, O. (1994). *Design and Analysis of Experiments: Introduction to Experimental Design*. New York. Wiley, v. 1.
- JOHN, J. A. e QUENOUILLE, M. H. (1977). *Experiments: Design and Analysis*. Charles Griffin & Company Ltd.
- KEMPTHORNE, O. (1952). *The Design and Analysis of Experiments*. New York: Wiley.
- KEMPTON, R. A. (1982). Adjustment for Competition Between Varieties in Plant Breeding Trials. *Journal of the Agricultural Sciences*, v. 98, p. 599 – 611.
- LITTELL, R. C., MILLIKEN, G. A., STROUP, W. W. e WOLFINGER, R. D. (2006). *SAS System for Mixed Models*.

- MANDEL, J. (1961). Non-Additivity in Analysis of Variance. *JASA*, v. 56, n. 296, p. 878 – 888.
- MANDEL, J. (1971). A New Analysis of Variance Model for Non-Additive Data. *Technometrics*, v. 13, n. 1, p. 1 – 18.
- MEMÓRIA, J. M. P. (2004). Breve História de Estatística. Embrapa Informação Tecnológica. Brasília, DF.
- MILLIKEN, G. A. e GRAYBILL, F. A. (1970). Extensions of the General Linear Hypothesis Model. *Jasa*, v. 65, n. 330, p. 797 – 807.
- NELDER, J. (1965). The Analysis of Randomized Experiments with Orthogonal Block Structure: I. Block Structure and the Null Analysis of Variance; II. Treatment Structure and the General Analysis of Variance. *Proc. Roy. Soc., A*, v. 283, p. 147 – 178.
- PEARCE, S. C. (1957). Experimenting with Organisms as Blocks. *Biometrika*, v. 44, p. 141 – 149.
- RESENDE, M. D. V. de (2007). Matemática e Estatística na Análise de Experimentos e no Melhoramento Genético. Colombo: Embrapa Florestas, p. 362.
- ROJAS, B. A. (1973). On Tukey's Test for Additivity. *Biometrics*, v. 29, n. 1, p. 45 – 52.
- RYAN, T. P. (1997). *Modern Regression Methods*. Wiley.
- SAS. (2003). *Statistical Analysis System Institute Inc. Cary. North Carolina: SAS Institute. Inc. Version 9.3.*
- SCHEFFÉ, H. (1959). *The Analysis of Variance*. New York: Wisley.
- SILVA, J. G. C. da (2007). *Estatística Experimental: Planejamento de Experimentos*. Pelotas.
- SNEDECOR, G. W. (1937). *Statistical Methods Applied to Experiments in Agriculture and Biology*. Ames: The Iowa State College Press.
- SNEDECOR, G. W. e COCHRAN, W. G. (1967). *Statistical Methods*. Iowa State University Press.

SNEDECOR, G. W. e COCHRAN, W. G. (1974). Statistical Methods. Sixth Edition, Seventh Printing. The Iowa State University Press.

SOUZA, G. S. (1998). Introdução aos Modelos de Regressão Linear e Não-Linear. Embrapa, Brasília – DF.

TUKEY, J. W. (1949). One Degree of Freedom for Non-Additivity. Biometrics, v. 5, p. 232 – 242.

TUKEY, J. W. (1955). Answer to Query 113. Biometrics, v. 11, p. 111 – 113.

VIEIRA, S. (2006). Análise de Variância: (ANOVA). São Paulo. Atlas.

VIVALDI, L. J. (2013). Apostila referente à disciplina de Planejamento e Pesquisa 1 da Universidade de Brasília, sendo a mesma denominada “Experimentos”.

WILLIAMS, E. R. (1986). A Neighbor Model for Field Experiments. Biometrika, v. 73, p. 279 – 287.